

Guía de Estudio
MÓDULO 19
2023

DINÁMICA DE LA NATURALEZA: EL MOVIMIENTO



EDUCACIÓN
GABINETE DE IGUALDAD
PARA TODAS LAS PERSONAS



EL GOBIERNO DEL
NUEVO
NUEVO LEÓN

PREPARATORIA
ABIERTA

Coordinadora Estatal de Telebachillerato y del Subsistema de Preparatoria Abierta

Edith Alemán Ramírez

Departamento Académico de la Coordinación de Preparatoria Abierta

Elena Cisneros Rodríguez

Gretel Lizeth Marroquín Lara

Adrián Alcántara Solar

Ma. De los Ángeles Flores González

2023

¿Cómo empezar?

Estimado(a) alumno(a), la “guía de estudio” es una herramienta que te brindará recursos de estudio, para que tengas apoyo durante el proceso autodidacta en este sistema de bachillerato no escolarizado. La guía no reemplaza al libro de texto, pero es una herramienta para facilitar el aprendizaje.

Se compone de diferentes secciones:



Actividades: son ejercicios que podrás llevar a cabo para complementar la lectura de los conceptos clave.



Recurso: son en su mayoría ligas que te redirigirán a una página de apoyo, puede contener información adicional o ejercicios digitales interactivos.



Glosario: contiene la definición breve y concisa de algunas palabras que se consideran importantes en la lectura.



Para reflexionar: este apartado plantea preguntas que desarrollarán tu pensamiento crítico, mediante lecturas, estudios de caso, etc.

Las secciones anteriores construyen tu guía de estudio y son fundamentales, pues están pensadas en función de las competencias a desarrollar de este plan modular; por lo cual te extendemos una amplia invitación a utilizar todos estos elementos para que sean de provecho en este trayecto.

Al finalizar cada unidad habrá una autoevaluación, donde podrás poner a prueba tu conocimiento. Además de servir de refuerzo práctico, te hará saber si estás listo para tu examen del módulo. ¡Mucho éxito!



Índice

1. Unidad 1: Movimiento rectilíneo.....	5
1.1 Convirtiendo unidades	6
1.2 Movimiento rectilíneo uniforme.....	7
1.3 Ecuación del movimiento uniformemente acelerado.....	11
1.4 Caída libre.....	13
1.5 Disparo al cielo azul	13
2. Unidad 2: Movimiento circular	22
2.1 Funciones trigonométricas y el círculo unitario	26
2.2 Funciones trigonométricas y movimiento armónico simple.....	27
2.3 Movimiento circular acelerado.....	32
3. Unidad 3: Dinámica del movimiento	36
3.1 Entendiendo el movimiento	37
3.2 Primera ley del movimiento de Newton.....	37
3.3 Segunda ley del movimiento de Newton	38
3.4 Masa y peso	39
3.5 Fuerza neta	39
3.6 Tercera ley del movimiento de Newton.....	40
3.7 Las tres leyes del movimiento de Newton.....	41
3.8 Vectores y las leyes de Newton	43
3.9 Trabajo	49
3.10 Energía.....	49
Respuestas de autoevaluaciones.....	55
Soluciones de actividades	58

Unidad 1

Movimiento rectilíneo

¿Qué voy a aprender y cómo?



Para reflexionar:

¿Cómo se mueven los objetos? ¿Qué los hace moverse? ¿Qué elementos facilitan o dificultan el movimiento? Si un objeto está moviéndose ¿se puede predecir en dónde se encontrará después de cierto tiempo?

En esta unidad conocerás y podrás describir y explicar algunos tipos sencillos de movimiento, que se encuentran en la base de otros más sofisticados que también estudiarás.

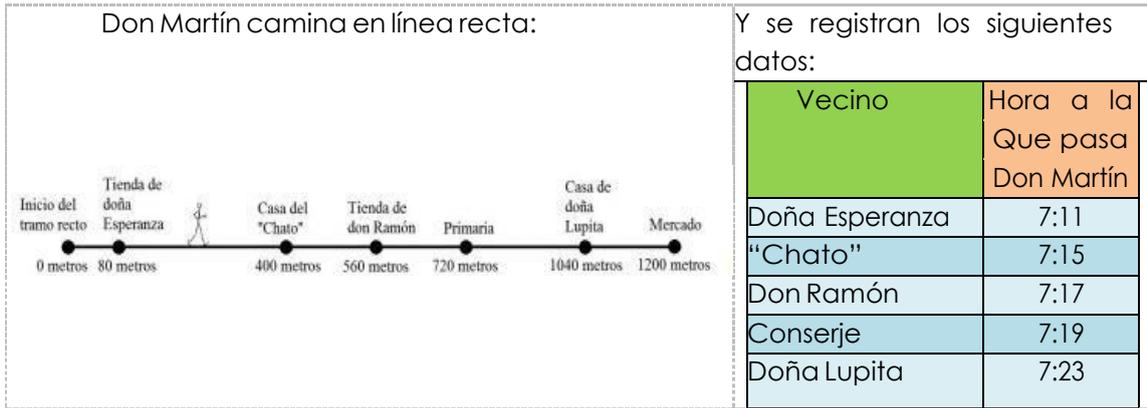


Ayuda humanitaria

Caso: Un avión perteneciente a la Cruz Roja tiene la misión de arrojar, a una de población que fue considerada zona desastre, paquetes de ayuda humanitaria en la plaza principal. Considera si las siguientes interrogantes se pueden calcular:

¿En qué momento se deberá arrojar el paquete? ¿Qué información se requiere para que el paquete caiga exactamente en la plaza? ¿Conoces alguna herramienta matemática o física que pueda ser útil en la resolución de esta situación? A todo esto, darás respuesta.

El camino de Don Martín



Rapidez

Es la relación que se establece entre la distancia y el tiempo = -

¿Identificas las 2 variables cuyos valores van cambiando conforme avanza Don Martín?

Las cantidades como longitud, tiempo, temperatura que van cambiando conforme se desarrolla un proceso, se conocen como **variables** y si mantiene el mismo valor se conoce como **constante**.

¿Habrá alguna constante? Antes de continuar revisa el ejemplo de la página 24 del libro de texto.



Actividad 1:

Regresa a la situación de Don Martín, analiza la figura y la tabla para contestar las siguientes preguntas.

- ¿Cuál es la rapidez de Don Martín cuando va de la tienda de Doña Esperanza a la casa de su amigo "El Chato"?

- ¿Cuál es su rapidez al ir de la casa de "El Chato" a la tienda de Don Ramón?

- ¿Y al moverse de la tienda de Don Ramón a la primaria?

- Calcula también su rapidez al ir de la primaria a la casa de doña Lupita, y finalmente al trasladarse de la casa de doña Lupita al mercado:

- La rapidez de Don Martín en su recorrido, ¿es variable o constante?

1.1 Convirtiendo unidades

La distancia se puede medir en metros, kilómetros o centímetros de acuerdo con el SI (sistema internacional de unidades), pero también se puede medir en pies o pulgadas según el sistema inglés. Consulta en internet o un libro de física las equivalencias de unidades entre los dos sistemas. Revisa el procedimiento. Por ejemplo, conociendo que 1 pulgada es equivalente a 2.54 centímetros, 172 cm ¿a cuántas pulgadas equivale?

$$172 * \frac{1}{2.54} = 67.72$$

1.2 Movimiento rectilíneo uniforme

Movimiento en el que el objeto cuando se mueve lo hace:
En línea recta y manteniendo una rapidez constante.

Funciones y movimiento

Una **función** es la relación entre dos variables, en la cual, si se conoce el valor de una de ellas, es posible conocer el valor de la otra.

En matemáticas se suele distinguir a las dos variables de una función llamándolas “**variable dependiente**” y “**variable independiente**”. Cuando se estudia el movimiento, el tiempo se considera como la variable independiente (el paso del tiempo no depende de nada, es “independiente”) mientras que, por ejemplo, la distancia y la rapidez son variables dependientes del tiempo transcurrido.

El plano cartesiano

Es un diagrama sobre el cual se dibujan dos ejes (cartesianos) o rectas numéricas. Cada eje representa los valores de una variable determinada (en ellos se puede representar cualquier variable). El eje horizontal representa las “x” y el eje vertical se conoce como “y”. El origen es el punto en el que se cruzan ambos ejes.

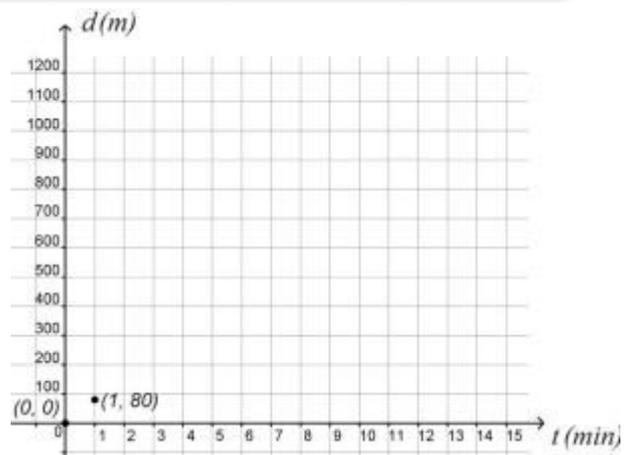
Representando funciones



Actividad 2:

Resuelve la siguiente gráfica, colocando el punto de intersección en el plano cartesiano. Recuerda que tiempo (t) es la variable independiente medida en minutos y distancia (d) la dependiente, medida en metros (m).

Tiempo transcurrido (minutos)	Distancia recorrida por Don Martín en el tramo recto (metros)
0	0
1	80
5	400
7	560
9	720
13	1040
15	1200



- I. Une los puntos localizados en la gráfica e identifica la figura geométrica que se obtiene:

II. ¿Es lineal la función tiempo distancia?

Una **función** es la relación de dependencia entre dos variables, independientes y dependientes, de tal manera que si se conoce el valor de una se puede conocer el valor de otra.

Una **función es lineal** si:

- a) Su tabla presenta valores proporcionales
- b) Su gráfica es una línea recta
- c) Su ecuación es lineal

Los valores de la tabla son **proporcionales**, es decir, cuando cambia una variable, la otra también y bajo el mismo incremento. En el Apéndice 4 de tu libro de texto, página 269, encontrarás más información al respecto.

Además de representarse en tabla y en gráfica, los resultados se pueden obtener mediante una ecuación. Dirígete al Apéndice 5 de tu libro de texto, página 273 para más información.

Experimentando con el movimiento rectilíneo uniforme

Analizando el movimiento de diferentes objetos, tales como:

- Un tren que viaja en línea recta a una velocidad constante.
- Una lancha que avanza en línea recta.
- Alguien en una cinta transportadora de personas.
- Una persona caminando a un paso continuo.
- Un avión que viaja a una velocidad fija.
- Una maleta que pasa una revisión en el aeropuerto.

Las mañanas sabatinas de Citlalli

Las casas de Pablo y Citlalli están separadas 60 metros. Citlalli recorre 50 metros en línea recta para acudir al centro de idiomas que está en la misma avenida de la casa de Pablo. Conforme pasa el tiempo, Pablo conoce la distancia a la que se encuentra Citlalli cuando se desplaza hacia allá.

Tiempo (t) (min)	Distancia (d) (m)
0	60
1	110
2	160
4	260
5	310
6	360
7	410
8	460
10	560

Cuando el origen no es el comienzo

Graficando en el plano cartesiano la tabla anterior, notarás que el origen no se encuentra en 0 de x y y . Además, los puntos no muestran proporcionalidad a primera vista, pero si se ajustan a una recta. También podrás identificar una ecuación de $d = 50t + 60$.

En una función lineal, la ordenada al origen es el valor de la variable dependiente cuando la variable independiente es igual a 0.

Gráficamente, la ordenada al origen es el punto donde la recta corta al eje de las ordenadas.

Sistemas de referencia

Los sistemas de referencia indican el origen de las coordenadas y éste puede variar.

¿Proporcionalidad en el movimiento de Citlalli?

En un movimiento rectilíneo uniforme, los incrementos de tiempo y de distancia son cantidades proporcionales. La constante de proporcionalidad entre ambos incrementos es igual a la rapidez del objeto móvil.

La constante de proporcionalidad también recibe el nombre de **pendiente**.

Citlalli de regreso

Para representar la rapidez se utiliza la letra "v" de velocidad, pero es importante recalcar que los dos conceptos son diferentes. **Rapidez** es la relación de la distancia recorrida en un tiempo determinado $v = \frac{d}{t}$. El concepto de velocidad se revisará más adelante.

Siguiendo con el ejemplo, al considerar el trayecto de regreso de Citlalli vamos a tener en cuenta la velocidad como un valor negativo y gráficamente la recta estará dirigida hacia abajo.

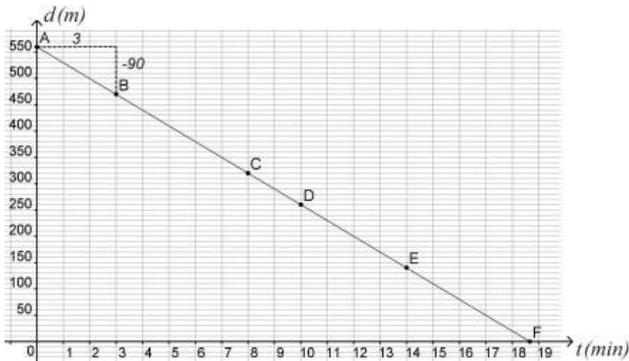
Para convertir de kilómetros por hora a kilómetros por segundo, se divide la velocidad en kilómetros por hora entre 3,600, que es el número de segundos en una hora. Por ejemplo, si se tiene una velocidad de 100 km/h, se divide 100 entre 3,600 y se obtiene una velocidad de aproximadamente 0.0278 km/s. Esta conversión es útil en situaciones donde se necesita expresar la velocidad en unidades más pequeñas y precisas de tiempo, como en la física o en cálculos científicos.

Para calcular la distancia recorrida en un tiempo determinado conociendo la velocidad, se utiliza la fórmula de la cinemática básica. Esta fórmula establece que la distancia es igual a la velocidad multiplicada por el tiempo. Por ejemplo, si se tiene una velocidad de 50 km/h y se desea calcular la distancia recorrida en 2 horas, se multiplica 50 km/h por 2 horas, lo que resulta en una distancia de 100 kilómetros. Es importante asegurarse de que las unidades de velocidad y tiempo estén en la misma escala para obtener un resultado correcto.



Actividad 3:

Observa cuidadosamente la gráfica y responde correctamente las preguntas. Recuerda que se toma como negativa la distancia que Citlalli recorre de regreso. Revisa el ejemplo resuelto de la página 50 de tu libro de texto.



I. Gráficamente, la ordenada al origen es el punto en donde la recta corta al eje de las ordenadas. ¿Cuánto vale la ordenada al origen en esta función?

II. Ahora, encuentra la ecuación que representa el movimiento de Citlalli rumbo a la casade Pablo (sugerencia: recuerda que la ecuación deberá tener la forma, en donde v es la rapidez de quien se mueve mientras 0 es su posición inicial respecto al origen del sistema de referencia). Cuando tengas tu ecuación lista, empléala para responder.

III. ¿En cuánto tiempo llega Citlalli a casa de Pablo? _____

IV. ¿Cuántos minutos deben transcurrir para que Citlalli se encuentre a 100 metros de la casa de Pablo? _____

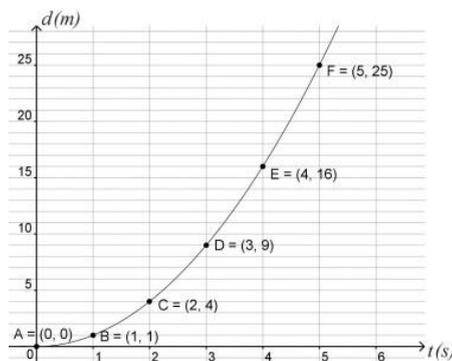
V. Cuando Citlalli lleva 11 minutos de camino, ¿a qué distancia está de la casa de su amigo?

Recapitulando

En la fórmula $d = vt + d_0$, las variables son d = distancia recorrida, t = tiempo transcurrido. Tanto v y d_0 son constantes. La v es la rapidez del movimiento (la pendiente de la gráfica) y d_0 es la posición inicial (la ordenada al origen). Revisa el ejemplo de la página 51 de tu libro de texto para aplicar esta fórmula.

Otra clase de movimiento

Caso: Un automóvil está detenido frente a un semáforo y al cambiar a luz verde el automóvil arranca y su movimiento queda descrito por la siguiente gráfica.





Actividad 4:

El auto del caso anterior se está moviendo en línea recta. ¿Por qué entonces la gráfica no es una línea recta? Responde a cada uno de los siguientes cuestionamientos.

I. ¿Qué ocurre en su movimiento que hace que la gráfica no sea recta?

II. ¿De qué manera debería moverse para que lo fuera?

III. Aparte del hecho obvio de que en los movimientos anteriores las gráficas eran rectas y en este caso no lo son, ¿cuál es la gran diferencia entre el movimiento de este auto y los que habíamos estudiado anteriormente?

El cambio del cambio

La velocidad es el desplazamiento de un objeto hacia una dirección determinada en relación con el tiempo que requiere. Al involucrar la dirección o sentido del movimiento, la velocidad es una magnitud vectorial. Si la velocidad es constante, la rapidez también lo será, pero lo contrario no necesariamente es cierto.

El cambio en la velocidad por unidad de tiempo recibe el nombre de aceleración. Esto se escribe:

$$\text{Aceleración} = \frac{\text{Cambio en velocidad}}{\text{Cambio en tiempo}}$$

Si la distancia se expresa en metros y el tiempo en segundos, entonces la aceleración se expresa en m/s^2

1.3 Ecuación del movimiento uniformemente acelerado

Expresiones	Ecuaciones
La expresión para la rapidez promedio de un objeto que comienza moviéndose con una rapidez inicial v_0 y termina haciéndolo con una rapidez final v_f es:	$v = \frac{v_0 + v_f}{2}$
La expresión para la aceleración de un objeto que pasa de una rapidez inicial v_0 a una rapidez final v_f en un tiempo t , que es:	$a = \frac{v_f - v_0}{t}$

La ecuación que describe un movimiento con aceleración constante es:	$= \frac{1}{2} t^2 + v_0 t + x_0$
--	-----------------------------------

Por lo tanto, las fórmulas fundamentales en el estudio del movimiento son:

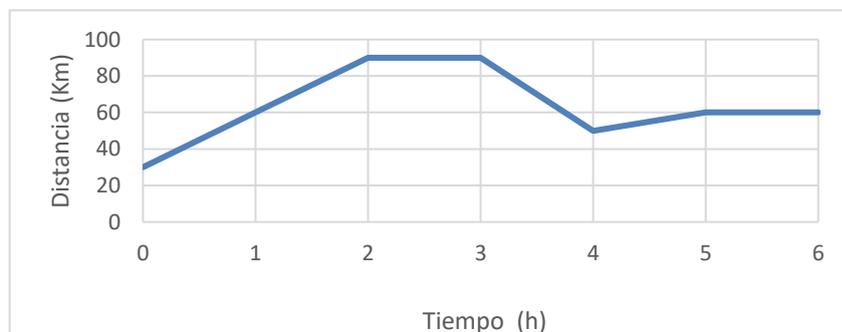
Ecuación del movimiento rectilíneo uniforme	$= v_0 t + x_0$
Ecuación del movimiento uniformemente acelerado	$= \frac{1}{2} t^2 + v_0 t + x_0$

Aplicando esta última fórmula podrás calcular la distancia que el automóvil del caso anterior puede alcanzar a los 3 segundos del recorrido, a los 10 segundos, el tiempo necesario para recorrer 500 o 700 metros, por ejemplo. Recuerda que **una potencia se puede despejar mediante el empleo de la raíz cuadrada**. Te será muy útil completar el mapa conceptual de la página 59 de tu libro de texto para que integres tu esquema de conocimiento.

Los diagramas de velocidad y distancia son representaciones gráficas que muestran la relación entre la velocidad de un objeto y la distancia recorrida en función del tiempo. En un diagrama de velocidad y distancia, el eje horizontal representa el tiempo, mientras que el eje vertical representa la velocidad o la distancia.

En un diagrama de velocidad, se traza una línea que muestra cómo la velocidad de un objeto cambia a lo largo del tiempo. Si la velocidad es constante, la línea será una línea recta horizontal en el valor correspondiente a la velocidad constante. Si la velocidad aumenta o disminuye de manera uniforme, la línea se trazará con una pendiente positiva o negativa, respectivamente.

Por otro lado, en un diagrama de distancia, se representa cómo la distancia recorrida por un objeto se relaciona con el tiempo transcurrido. Si la velocidad es constante, la línea en el diagrama de distancia será una línea recta con una pendiente positiva, ya que la distancia aumenta de manera uniforme con el tiempo. Si la velocidad varía, la línea puede tener una curvatura, mostrando aceleración o desaceleración.



Por ejemplo, en la figura anterior si quisiéramos conocer la distancia recorrida en las primeras 2 horas, obtenemos el diferencial de distancia entre los 2 puntos de estudio de esta manera:

a. Determinamos el punto de inicio x_0 en nuestro caso queremos conocer de las 2 primeras horas por lo tanto x_0 equivale al valor de distancia en $t = 0h$ por lo tanto $x_0 = 30$.

b. Determinamos el punto final de nuestro caso para nosotros sería en $s = 2h$ por lo tanto $s = 90$.

c. Obtenemos el diferencial de distancia, el cual representa la distancia recorrida, $\Delta = |s - s_0|$ sustituimos los valores que determinamos en el punto a. y b. para calcular el diferencial $\Delta = |90 - 30|$ y obtenemos que $\Delta = 60$

Por consiguiente, podemos deducir que en este caso la distancia recorrida en las primeras 2 horas fue de 60 Km.

1.4 Caída libre

Caída libre se refiere al movimiento que manifiesta un cuerpo cuando se deja caer de determinada altura y sin considerar la resistencia del aire y si por efecto de la gravedad. Su velocidad inicial es de cero. La pregunta es, si sueltas un objeto, ¿cuánto tiempo tardará en caer?

Puedes experimentar en casa de una manera muy sencilla: tira desde una misma altura una hoja de papel y una goma de borrador. ¿Cuál cae primero? Ahora arruga la hoja de papel y nuevamente deja caer los dos objetos de una misma altura. ¿Cayeron igual? Revisa nuevamente la teoría de Galileo sobre la caída de los cuerpos.

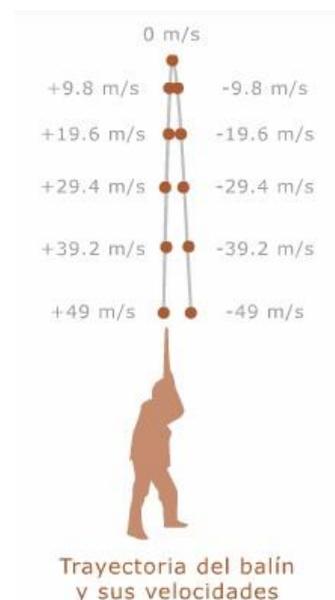
1.5 Disparo al cielo azul

El **tiro vertical** es un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado donde el objeto es lanzado hacia arriba y luego regresa a su punto de partida. Su velocidad inicial siempre tiene un valor diferente a cero e interactúa con la aceleración de la gravedad.

La velocidad inicial (positiva), genera el movimiento hacia arriba. Producto de la acción de la gravedad, el objeto comienza a disminuir su velocidad hasta que se detiene en el punto más alto ($v_f = 0$), instante en el que comienza a descender describiendo una caída libre.

Son ejemplos de tiro vertical en la vida cotidiana:

- Un balón arrojado hacia arriba.
- Lanzar una moneda al aire.
- Un cohete que se lanza.
- Una persona que salta lo más alto posible.
- Un arquero que dispara una flecha hacia arriba.

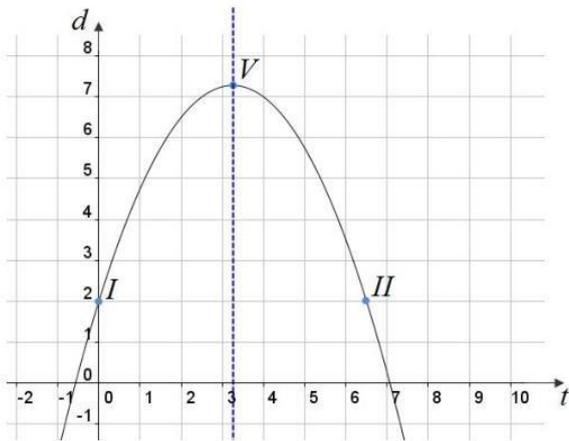


Graficando manualmente

Las gráficas las puedes elaborar manualmente en hojas milimétricas, considerando los valores en los ejes x y y del plano cartesiano y valores registrados en las tablas.

Funciones cuadráticas

La gráfica de las funciones cuadráticas no es una línea recta sino una **curva** que recibe el nombre de **parábola** y su vértice (V) representa la altura máxima.



El punto I corresponde al momento en que $t=0$. ¿Cuál es el valor de d en ese punto?

$d = -0.5 t^2 + 3.25 t + 2$ $d=2$ lo cual significa que las coordenadas del punto I son (0, 2).

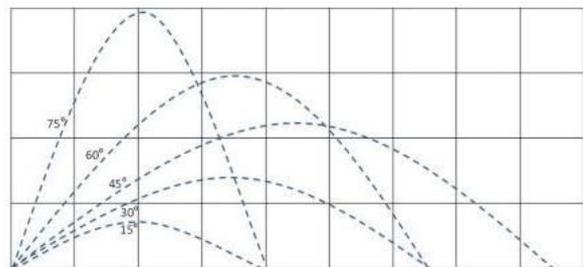
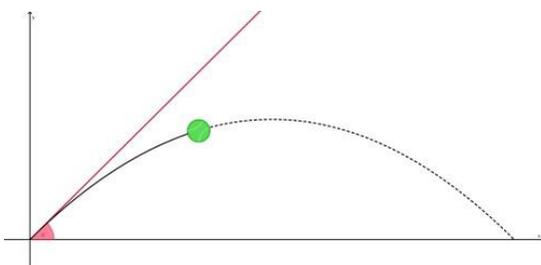
El punto II es simétrico al punto I respecto al eje de simetría de la parábola de acuerdo con la gráfica.

Las cantidades o expresiones que se están multiplicando reciben el nombre de "**factores**", mientras que el resultado de la operación se denomina "**producto**".

La coordenada t del vértice se logra a los 3.25s y la altura máxima es de 7.28 m con base en la fórmula.

En pleno vuelo

Si en lugar de arrojar un objeto hacia arriba, se arroja en diagonal, entonces se logra un **tiro parabólico**. La forma de la parábola depende del ángulo respecto al suelo con el que se realiza el tiro. Un ángulo cercano a 90° dará una parábola muy "corta" y "alta". Un ángulo cercano a 0° resultará en una parábola más "larga" y "baja". Observa en las siguientes gráficas:



Actividad 5:

Practica con un balón el tiro parabólico. Golpea el balón con diferentes movimientos para lograr: mayor altura, mayor distancia, diferentes ángulos de tiro. Visualiza y calcula empíricamente el ángulo logrado en cada caso. Revisa las gráficas de tiro parabólico que aparecen arriba.

Explora las simulaciones y responde:

I. ¿Qué tienes que hacer para lograr que el proyectil llegue lo más lejos posible?

II. ¿Y para que llegue lo más alto posible?

-
- III. Mantén fijas la velocidad y la posición iniciales del proyectil. ¿Qué ángulo da el mayor alcance posible?
-

Observar la trayectoria del agua cuando se riega un jardín con la manguera, te puede ayudar a clarificar estas ideas. Si lo haces recuerda ser muy respetuoso y evitar el desperdicio de agua. Complementa la información consultando libros de física.

Si recuerdas la primera reflexión, cuando el avión arroja los paquetes de ayuda de la Cruz Roja se traza un tiro parabólico, debido a la velocidad del avión.

Vectores y una breve introducción a la Trigonometría

Una cantidad que sólo requiere especificar una magnitud (como la rapidez o el tiempo) se llama escalar. Por su parte, una cantidad que (como la velocidad) necesita que se especifique tanto su magnitud como su dirección recibe el nombre de vector. Otro vector importante es el desplazamiento. Cuando se dice que un objeto se ha movido 15 metros, se está hablando de una distancia; si en cambio se afirma que se ha movido 15 metros en dirección 40° noreste, se está tratando con un desplazamiento. Un vector suele representarse en el plano cartesiano mediante una flecha, cuya longitud r es la magnitud del vector; la flecha hace un cierto ángulo con el eje positivo x , el cual suele representarse mediante la letra griega θ ("theta"), y se considera como la dirección del vector. Los vectores se pueden separar en dos componentes, una horizontal x y otra vertical y . Cuando esas componentes son paralelas a los ejes cartesianos, se les llama componentes axiales. Existen diferentes tipos de vectores según su configuración y relación geométrica. Algunos de los tipos más comunes son:

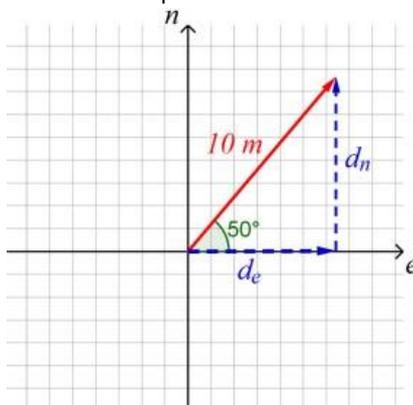
Vectores concurrentes: Son aquellos vectores que se originan en un mismo punto o tienen un punto común de aplicación. Aunque sus direcciones y magnitudes pueden ser diferentes, comparten un punto de inicio. Un ejemplo común es el caso de fuerzas que actúan sobre un objeto desde diferentes direcciones.

Vectores colineales: Son vectores que tienen la misma dirección o son paralelos entre sí. Esto significa que los vectores se extienden en la misma línea recta, ya sea en la misma dirección o en direcciones opuestas. Los vectores colineales tienen la propiedad de que pueden sumarse o restarse directamente.

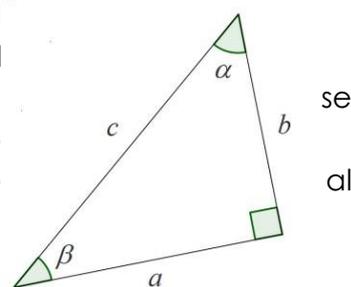
Vectores coplanares: Son vectores que se encuentran en un mismo plano. Esto implica que todos los vectores pueden ser representados en un mismo plano y no se extienden en una tercera dimensión. Los vectores coplanares pueden ser concurrentes o colineales entre sí.

Vectores ortogonales: Son vectores perpendiculares entre sí. Esto significa que forman un ángulo de 90 grados. La magnitud de su producto escalar es cero. Los vectores ortogonales son importantes en campos como la geometría, física y álgebra lineal.

Ejemplo: Para llegar de su casa a la tienda, Sandra realiza el siguiente recorrido: de la esquina debe recorrer una cierta distancia en dirección este, y luego otra distancia determinada en dirección norte. Cuando llega a la tienda, se ha desplazado 10 metros desde su casa, en dirección 50° NE. La flecha roja indica el desplazamiento resultante (hipotenusa). Su recorrido se observa en la línea punteada azul de la gráfica de la derecha.



Se considera uno de los ángulos agudos (menor a 90°) del triángulo, y se dice que el cateto que queda frente a ese ángulo es el "**cateto opuesto**". El cateto que con la hipotenusa forma a ese ángulo, llama "**cateto adyacente**". Respecto al ángulo β ("beta"), el cateto opuesto es b, mientras que el cateto adyacente es a. Pero respecto ángulo a ("alfa"), los papeles se invierten y a es el cateto opuesto, en tanto que b queda como el cateto adyacente.



Resulta que con los tres lados de un triángulo pueden formarse seis distintas razones (consulta el Apéndice 4 para saber más respecto al concepto de razón en matemáticas), que se conocen como razones trigonométricas. Estas razones se definen respecto a uno de los ángulos agudos del triángulo, de modo que se pueda decir cuál es el cateto opuesto y cuál el adyacente. Consulta al respecto el texto "Las seis razones trigonométricas".

¿Gol?

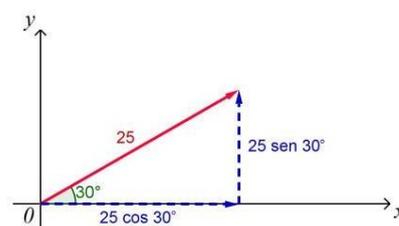
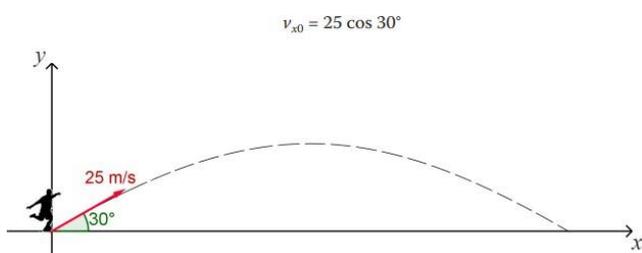
Caso para analizar: Un jugador del Manchester United se encuentra en posesión del balón a 60 metros de la portería. Chuta y el balón sale disparado con un ángulo de 30° respecto al suelo, y con una velocidad inicial de 25 m/s. ¿Llegará el balón hasta la portería?

Para solucionar este tipo de problemas es muy importante separar el movimiento del objeto (balón) en sus dos componentes: horizontal y vertical.

En la componente horizontal del movimiento, no interviene ninguna aceleración. Por lo tanto, esta componente es un movimiento rectilíneo uniforme (MRU).

En la componente vertical, sólo interviene la aceleración de la gravedad. Por lo tanto, este componente es un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MURA).

Componente horizontal



En la dirección horizontal, el balón recibe el impulso del jugador (que le proporciona su velocidad inicial) y luego no hay más agentes externos que influyan sobre su movimiento. No hay ninguna aceleración. Entonces esta componente del movimiento es rectilíneo uniforme, así que la ecuación que lo describe será $x = v_0 t + x_0$

Al sustituir los valores que conocemos, quedará $x = 25 \cos(30^\circ) t + 0 \rightarrow x = 25 \cos(30^\circ) t$

Componente vertical

Con el mismo sistema de referencia, la posición vertical inicial del balón también es cero. La componente vertical de la velocidad inicial será $v_{0y} = 25 \sin(30^\circ)$

En la dirección vertical, el balón recibe el impulso del jugador (que le proporciona su velocidad inicial), comienza a moverse e inmediatamente comienza a actuar sobre él la aceleración de la gravedad, que lo jala hacia abajo. De este modo, esta componente del movimiento es acelerado, y su ecuación será $y = \frac{1}{2} a t^2 + v_{0y} t + y_0$

Sustituyendo los valores queda:

$$y = \frac{1}{2} (-9.8) t^2 + 25 \sin(30^\circ) t + 0 \rightarrow y = -4.9 t^2 + 25 \sin(30^\circ) t$$

Nota que la aceleración de la gravedad se colocó en negativa ya que el balón va hacia arriba y la gravedad apunta hacia abajo.

La pregunta persiste ¿llegará el balón a la portería? Para responder esta pregunta, se debe calcular el tiempo que tarda el balón en llegar al suelo y para ello se utiliza la última fórmula:

$$y = -4.9 t^2 + 25 \sin(30^\circ) t$$

Sustituyendo el valor de y tendremos: $0 = -4.9 t^2 + 25 \sin(30^\circ) t \rightarrow -4.9 t^2 + 12.5 t = 0$

Resolviendo, utilizando la fórmula general:

$$t = \frac{-12.5 \pm \sqrt{12.5^2 - 4(-4.9)(0)}}{2(-4.9)} \rightarrow t = \frac{-12.5 \pm 12.5}{-9.8} = \begin{cases} t_1 = 0 \\ t_2 = 2.55 \end{cases}$$

t_1 corresponde al momento en el que el jugador chuta el balón y t_2 es el tiempo en el que el balón se mantiene en el aire.

Para calcular la distancia horizontal que alcanza el balón, se utilizará la fórmula de distancia en la coordenada x . $x = 25 \cos(30^\circ) t$, sustituyendo el valor de tiempo.

$$x = 25 \cos(30^\circ) (2.55) = 55.21$$

Obviamente no llegó a la portería que se encuentra a 60 metros de distancia.

Siguiendo con este caso, también se puede determinar la altura máxima que alcanza el balón: $y = -4.9 t^2 + 25 \sin(30^\circ) t$

Y buscando las coordenadas de su vértice usando las fórmulas de la sección Funciones cuadráticas:

$$t = -\frac{b}{2a} = -\frac{25 \sin(30^\circ)}{2(-4.9)} = 1.27 \quad d_y = v_{0y} t - \frac{1}{2} [9t^2] = 15 \sin 30(1.27) - \frac{1}{2} (9.8)(1.27)^2 = 7.97$$

Lo anterior significa que a los 1.27 segundos de vuelo el balón alcanza la altura máxima de 7.97 m.



Actividad 6:

Ahora, pon en práctica estos conocimientos, resolviendo los ejercicios que se presentan. Puedes revisar nuevamente el ejercicio anterior.
Recuerda las fórmulas que debes utilizar de acuerdo con las interrogantes.

I. En una competencia de tiro con arco, un participante se dispone a disparar una flecha hacia el blanco, que se encuentra a 90 m de distancia. Al colocarla en el arco y apuntar, la flecha queda a una altura de 1 metro sobre el suelo. Suponiendo además que el arquero dispara la flecha con un ángulo de 20° respecto a la horizontal, con una velocidad inicial de 38 m/s, determina:

El tiempo de vuelo de la flecha.

Si la flecha alcanzará el blanco.

Un practicante de parkour corre sobre el filo de un muro a una velocidad de 6 m/s. Llega al final del muro y salta hacia adelante con esa velocidad inicial; el suelo se encuentra 3 metros abajo.

Escribe las ecuaciones que describen las componentes horizontal y vertical del movimiento de este deportista al saltar, empleando un sistema de referencia cuyo origen encuentre en el suelo, al pie del muro, directamente debajo del punto desde el cual saltó.

¿A qué distancia del muro aterrizará?

¿Cuánto tiempo durará su vuelo?

De vuelta al avión de ayuda humanitaria

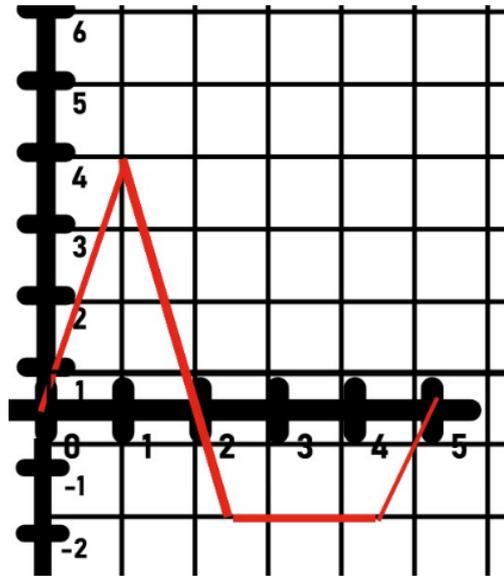
Suponiendo ahora que el avión de ayuda humanitaria salió de un aeropuerto que se encuentra a 500 km de distancia de la plaza central del pueblo donde se necesita la ayuda. Que alcanza una velocidad de 200 km/h y una altura de 3000 m sobre el nivel del suelo. Considera que los paquetes de ayuda serán arrojados sin ninguna clase de paracaídas, e ignora los efectos que tener el viento y la fricción del aire sobre su caída. Recuerda que el problema conviene estudiarlo en dos fases, una correspondiente al movimiento rectilíneo del avión, y otra a la caída parabólica de los paquetes. Aplica las fórmulas correspondientes y resuelve.

Autoevaluación Unidad 1

- 1) Una partícula se mueve en **X** de acuerdo a la ecuación: $X = 4t + 1$
¿cuál es su posición a los segundos: 3, 5 y 7, respecto al origen.

3 seg = _____ 5 seg = _____ 7 seg = _____

- 2) En la siguiente figura encuentra la velocidad de una partícula que se mueve en el eje **X** en los siguientes intervalos de tiempo:
- a) 0 a 1 seg
 - b) 0 a 4 seg
 - c) 1 a 5 seg
 - d) 0 a 5 seg



- 3) Una partícula se localiza inicialmente en $X = 2 \text{ m}$ tres segundos más tarde se localiza en $X = -5 \text{ m}$ ¿cuál es la velocidad de la partícula?

- 4) Un automóvil que viaja en línea recta tiene una velocidad de 30 m/seg. Dos segundos más tarde su velocidad es de 25 m/seg ¿cuál es su aceleración?

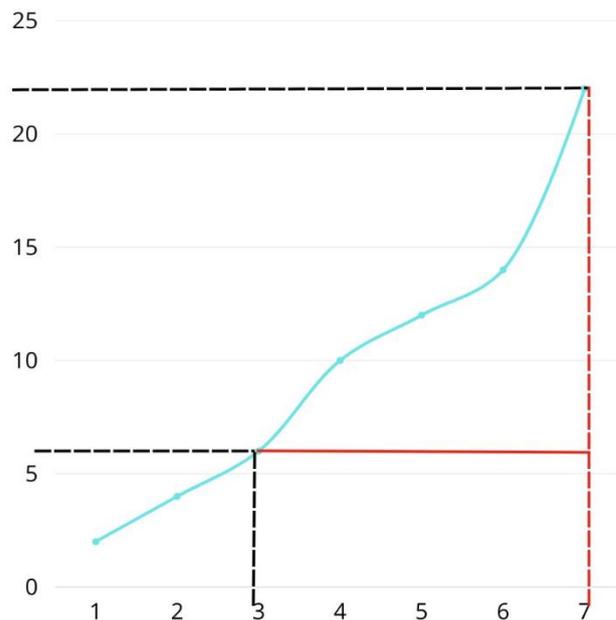
- 5) Un automóvil acelera desde el reposo hasta alcanzar una velocidad de 87 km/h en 8 seg. Encuentra su aceleración.

- 6) Encuentra la velocidad en m/seg de un automóvil cuyo desplazamiento es de 7 km al norte en 6 minutos.

- 7) Determina el desplazamiento que realizará un ciclista al viajar hacia el sur a una velocidad de 35 km/h durante 1.5 minutos (dar el resultado en metros).

- 8) Calcula el tiempo en segundos que tardará un tren en desplazarse 3 km en línea recta hacia el sur con una velocidad de 70 km/h
- 9) Un barco navega a una velocidad de 60 km/h en un río cuya velocidad es de 15 km/h al norte. Encuentra:
 a) La velocidad del barco si éste va en la misma dirección del río. _____
 b) La velocidad del barco si va en sentido contrario al río. _____
- 10) Calcula la distancia en metros que recorrerá un motociclista durante 10 seg, si lleva una velocidad media de 60 km/h al oeste. _____
- 11) Encuentra la velocidad media de un automóvil, de acuerdo a la siguiente gráfica, para los intervalos de tiempo:
 a) 0 a 3 seg _____
 b) 3 a 7 seg _____

A = 6 m, 3 seg B = 22 m, 7 seg



- 12) Determina la velocidad media de un auto que lleva una velocidad inicial de 3 m/seg. y su velocidad final es 4.2 m/seg (expresa el resultado en km/h).

- 13) Un auto adquiere una velocidad de 40 km/h al sur en 4 seg ¿Cuál es su aceleración en metros por segundo cuadrado? _____

14) Un motociclista lleva una velocidad inicial de 2 m/seg al sur, a los 3 seg su velocidad ya es de 6 m/seg. Encuentra su aceleración media y el desplazamiento en ese tiempo.

$a =$ _____ $d =$ _____

15) Una lancha de motor parte del reposo hacia el norte y en 0.3 minutos alcanza una velocidad de 50 km/h

- a) ¿Cuál es su aceleración en m/seg² _____
b) ¿Cuántos metros se desplaza? _____

16) Un auto tiene una velocidad inicial de 4 m/seg y experimenta una aceleración de 2 m/seg², la cual dura 12 seg

¿Qué desplazamiento tiene a los 12 segundos? _____

¿Qué velocidad tiene a los doce segundos? _____

17) Un avión lleva una velocidad de 110 km/h al norte en el momento que inicia su aterrizaje y ha recorrido 1.3 km antes de detenerse. Si su aceleración es constante, encuentra:

- a) La aceleración _____
b) El tiempo que emplea en detenerse _____
c) La distancia que recorre a los 7 seg de haber iniciado su aterrizaje _____

18) Una pelota es lanzada horizontalmente desde una velocidad inicial de 10 m/seg y cae a) suelo 5 segundos después

- b) ¿A qué altura está la ventana?
c) ¿A qué distancia cae la pelota de la base del edificio?

19) Un futbolista le pega a una pelota con un ángulo de 37° respecto al plano horizontal, con una velocidad inicial de 15 m/seg

Encuentra:

- a) El tiempo que dura la pelota en el aire.
b) La altura máxima alcanzada.

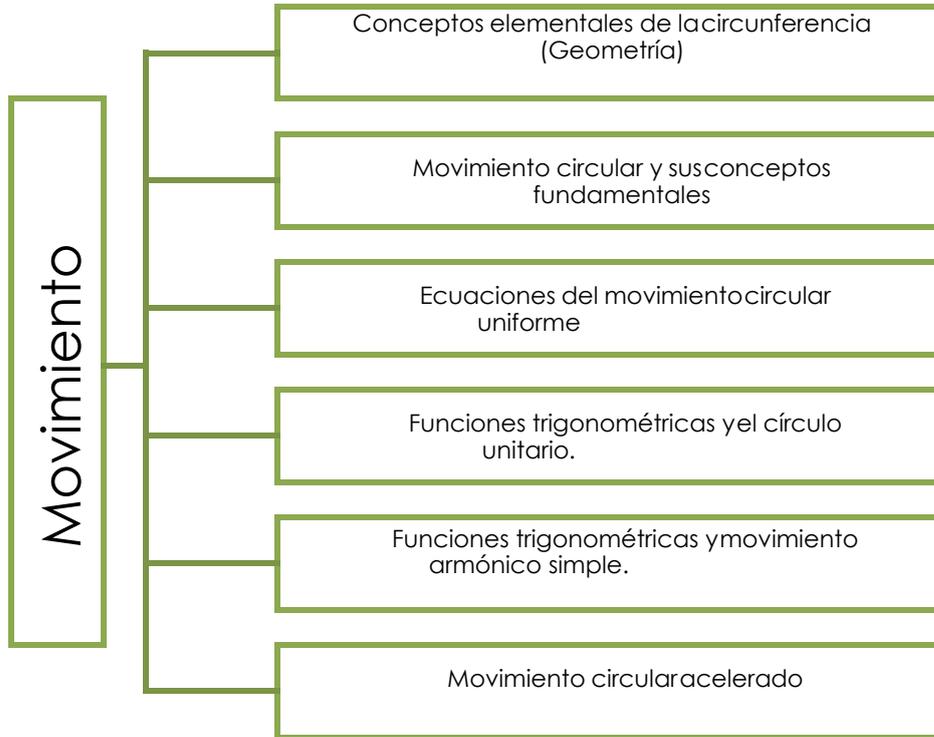
El alcance horizontal de la pelota.

Unidad 2

Movimiento circular

¿Qué voy a aprender y cómo?

El movimiento circular es un caso particular del movimiento armónico simple, que es el que se observa, por ejemplo, en un péndulo. Los temas por tratar en esta unidad son:



El satélite perdido

Cuando una empresa de telecomunicaciones pierde comunicación con uno de sus satélites, busca enviar códigos informáticos para corregir el problema. Éste es uno de los infinitos casos donde se aplican los conocimientos relacionados con el movimiento circular.

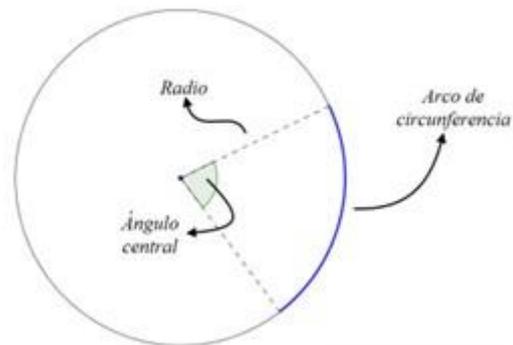
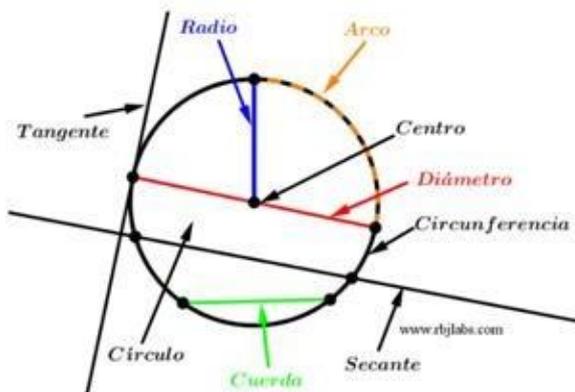
Elementos previos

Lee con atención y toma nota de los siguientes conceptos

- Una **circunferencia** es una curva formada por todos los puntos que cumplen la siguiente condición: se encuentran todos a la misma distancia de otro punto fijo, el cual es llamado centro de la circunferencia.
- El **círculo** es la superficie que queda encerrada dentro de la circunferencia, es una línea curva.
- El **radio** de una circunferencia es un segmento de recta que va desde el centro de la circunferencia hasta un punto cualquiera perteneciente a ella.
- El **diámetro**, por su parte, es un segmento de recta que une dos puntos de la circunferencia, pasando por su centro; la longitud del diámetro es el doble de la longitud del radio.
- El **perímetro** es la longitud del contorno de una figura geométrica cerrada. En el caso de la circunferencia, al perímetro suele llamársele así, "circunferencia", y se calcula mediante la fórmula $c = 2\pi r$.

- Un **ángulo** es la figura que se forma cuando dos segmentos de recta comparten un extremo. Los ángulos pueden medirse en grados ($^{\circ}$), en radianes (rad), o en grados centesimales (grad).
- Un **ángulo central** es el que se forma entre dos radios de una circunferencia.
- Un **radián** es la medida de un ángulo central que queda determinado por una longitud de arco igual al radio de la circunferencia en cuestión.
- Un **sector circular** es una región o porción de un círculo delimitada por dos radios y el arco correspondiente. En otras palabras, se trata de una parte del círculo comprendida entre dos radios que comparten un punto en el centro del círculo y el arco de la circunferencia que conecta ambos radios.

Para calcular el **área del círculo**, se emplea la fórmula $A = \pi r^2$ y para transformar de grados a radianes se utiliza la siguiente conversión $360^{\circ} = 2\pi$



En la rueda de la fortuna:



Actividad 7:

Inicia la aplicación de conceptos elementales, resolviendo el siguiente ejemplo.

Una rueda tiene la forma de una circunferencia de 10 metros de radio y con 20 canastillas igualmente espaciadas entre ellas.

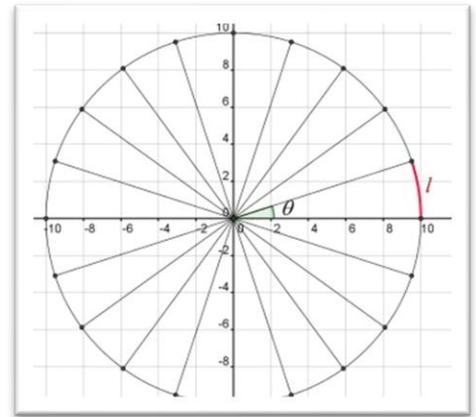
¿Cuánto vale el ángulo, en grados, entre una canastilla y la que le sigue, considerando que la circunferencia completa tiene un ángulo de 360° ?

¿Cuánto vale el ángulo entre canastilla y canastilla, medido en radianes? Expresa esto último como un múltiplo de π . (360° equivalen a 2π radianes).

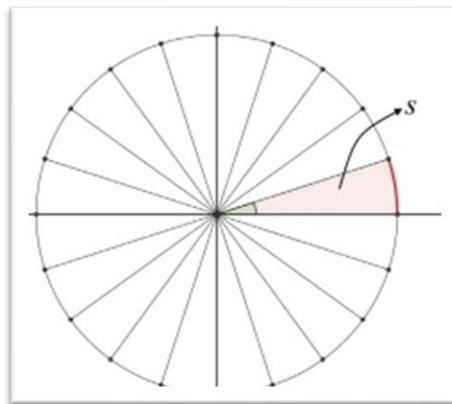
Observa el círculo de la derecha y responde (considera la fórmula para obtener el perímetro)

Si el ángulo midiera 180° , ¿cuánto mediría el arco?

Calcula la longitud del arco l entre canastilla y canastilla _____



Calcula el área del sector circular representado en la figura; emplea para ello un razonamiento similar al que te llevó a calcular la longitud del arco l



Considera que el satélite perdido, mencionado al inicio de esta unidad, se encuentra en órbita a 10000 km sobre la superficie de la Tierra y que ésta es una esfera con un radio de 6370 km. Calcula la longitud de la órbita del satélite.

En un movimiento circular, a la **rapidez** se llama **lineal o tangencial**, y para calcularla se determina la distancia que recorre un objeto o móvil por unidad de tiempo. El ángulo se refiere a la **rapidez angular**, donde se calcula cuánto crece el ángulo por unidad de tiempo.

Señor operador, ¿qué tan rápido vamos?

En la rueda de la fortuna también se puede calcular que tan rápido se mueve la canastilla y esta rapidez implica 2 factores: la distancia y el ángulo.

Otros dos parámetros fundamentales en el análisis del movimiento circular son el período y la frecuencia.

El **periodo** es el tiempo que le toma al objeto móvil volver a su posición inicial; este recorrido de ida y vuelta a la posición inicial se conoce como ciclo, y es una característica distintiva del movimiento circular y armónico simple. Se expresa en segundos puesto que se refiere al tiempo.

La **frecuencia** es el número de ciclos que el objeto realiza, por unidad de tiempo. Se mide en Hertz (equivale a ciclos/segundo).

Con los datos que se tienen del movimiento circular de la rueda de la fortuna puedes calcular tanto su período como su frecuencia.

Ecuaciones del movimiento circular uniforme

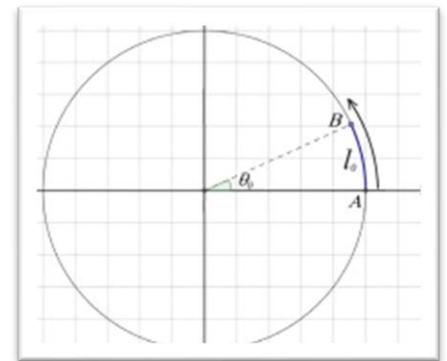
Si la rapidez del móvil es constante, entonces tiene un movimiento circular uniforme. En dicho movimiento se presentan también cantidades variables que se relacionan unas con otras, es decir, se tienen funciones que se pueden representar en tablas, gráficas y ecuaciones.



Actividad 8:

Emplea las ecuaciones del movimiento circular uniforme para determinar:

La longitud del arco y del ángulo (ambos los medirás desde la “posición cero” como lo indica la figura de la derecha) a los que llega una canastilla de esta rueda de la fortuna al cabo de un minuto, si al comenzar el movimiento se encontraba en una posición inicial de 30° sobre la “posición cero”. Considera la misma velocidad lineal de 2.09 m/s.



Analiza detenidamente el ejemplo de las páginas 103 y 104 y continúa respondiendo la actividad.

Realiza el mismo cálculo, pero para otra canastilla que al comenzar el movimiento se hallaba en una posición inicial de -20° (antes de comenzar, averigua qué significa que el ángulo sea negativo y dibuja aquí a la izquierda la posición de la canastilla):

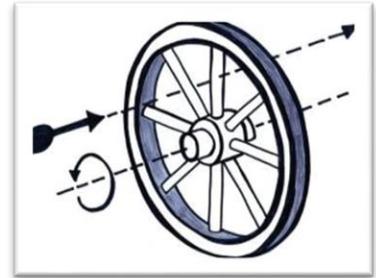
Encuentra el tiempo que le toma a la primera canastilla llegar a una longitud de arco de 40 metros: _____

Calcula el tiempo en que la segunda canastilla llega a un ángulo de 270° .

Determina el tiempo en que una persona, sentada en la línea del ecuador terrestre, recorre una longitud de arco de 100 km, como consecuencia del movimiento de rotación de la Tierra: _____

¿Qué ángulo recorre esa persona en ese tiempo?

Una rueda que tiene 8 rayos y 30 cm de radio está girando en torno a un eje fijo, a razón de 2.5 revoluciones por segundo (es decir, da 2 y media vueltas cada segundo). Alguien te reta a dispararle una flecha de 24 cm de longitud en dirección paralela al eje de rotación de la rueda, de manera que la flecha pase al otro lado sin tocar la rueda ni ninguno de los rayos. Observa la figura de la rueda para aclarar la situación.



¿Qué velocidad mínima deberá tener la flecha para lograrlo?

¿Importa a dónde apuntes la flecha, entre el eje y la rueda? De ser así, ¿cuál es la mejor ubicación?

¿Notas cómo es posible obtener información sobre la posición de un objeto en movimiento circular a partir de datos como su frecuencia, su velocidad angular o el radio de su trayectoria?

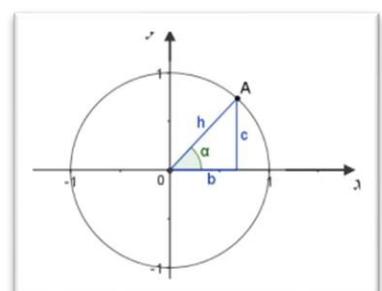
Esto significa que sí existe una manera de localizar al satélite perdido del problema planteado al inicio de la unidad, y de conocer el momento en que se debe enviar la señal que permitirá recuperarlo, de modo que podamos estar seguros de que dicha señal efectivamente llegará hasta él. Calcula ahora la frecuencia de su movimiento y su velocidad angular.

La altura de la canastilla... un análisis gráfico y algebraico

Para calcular la altura h de una canastilla respecto a la altura del centro de la rueda, se obtiene con la fórmula $h =$

2.1 Funciones trigonométricas y el círculo unitario

Una función como la representada por la ecuación $h = 10 \sin(\theta)$, recibe el nombre de función trigonométrica. Las **funciones trigonométricas** involucran (como su nombre lo indica) razones trigonométricas de alguna de las variables, y se caracterizan por presentar ciclos que se repiten indefinidamente, cada vez que la variable independiente —en este caso, el ángulo θ — llega a ciertos valores.



En la página 114 de tu libro encuentras las definiciones para cada función trigonométrica

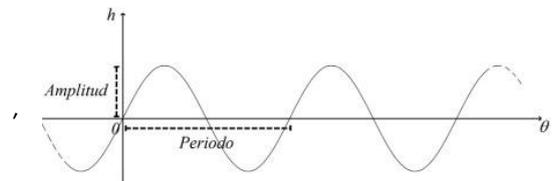
Una manera útil de concebir a las funciones trigonométricas es mediante el **círculo unitario**. Observa la figura. El punto A está colocado sobre la circunferencia del círculo, posibilitando la construcción del triángulo cuya hipotenusa es el radio del círculo, y cuyos catetos son las coordenadas (b, c) del punto A. Empleando este círculo (cuyo radio vale 1, de dónde le viene el nombre de "unitario" y recordando lo estudiado en la sección Vectores y una breve introducción a la Trigonometría, las seis funciones trigonométricas del ángulo α se observan abajo:

$\sin =$	$\cos =$	$\tan =$	$\cot =$	$\sec = \frac{1}{\quad}$	$\csc = \frac{1}{\quad}$
----------	----------	----------	----------	--------------------------	--------------------------

2.2 Funciones trigonométricas y movimiento armónico simple

Una función periódica que se use en un modelo matemático puede escribirse como una combinación algebraica de senos y cosenos, donde la variable independiente es la medida del ángulo (en radianes).

Funciones trigonométricas como $h = 10 \sin(\theta)$, se caracterizan porque la variable dependiente ("h" en el primer caso; "y", en el segundo) se comporta oscilando entre un valor máximo y un valor mínimo, a partir de una "**posición de equilibrio**". A la magnitud de la máxima desviación de la variable dependiente a partir de dicha "posición de equilibrio", se le llama **amplitud** de la función.



Este tipo de movimiento se conoce como armónico

¿Puedes calcular el período y la amplitud de la función trigonométrica $h = 10 \sin(\theta)$?

Profundizando en las funciones trigonométricas:

En las funciones trigonométricas, al ángulo se le denomina "argumento" y se va a expresar en radianes pues es un número real puro (sin unidades).

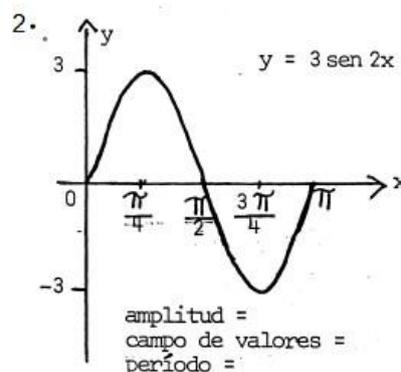
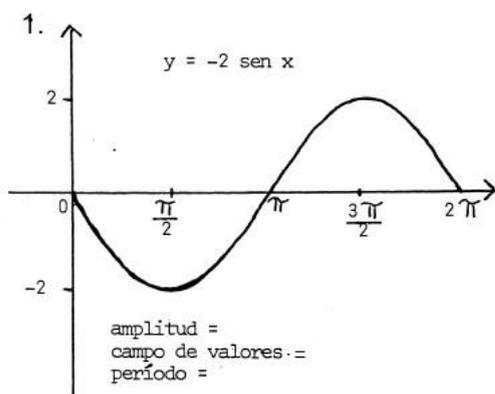
La amplitud:

Es la máxima altura que alcanza la onda desde el punto de equilibrio. (Observa la gráfica de la sección 2.6).



Actividad 9:

Analiza los valores que aparecen en las siguientes gráficas y contesta:



Si analizas los resultados, intuirás que:

En una función trigonométrica de las formas $y = a \cdot \sin x$, $y = a \cdot \cos x$, donde "a" es una constante, el período en radianes es igual a 2π , mientras que la amplitud viene dada por el valor de la constante "a".

El periodo

Recordemos que es el tiempo que tarda el objeto móvil en dar una vuelta completa (T). A partir de la fórmula $h = 10 \sin(\omega t + \theta_0)$ y recordando que ω es la rapidez angular del movimiento y θ_0 es el ángulo inicial, sustituyendo en la fórmula tendríamos $h = 10 \cdot \sin(\omega t + \theta_0)$.

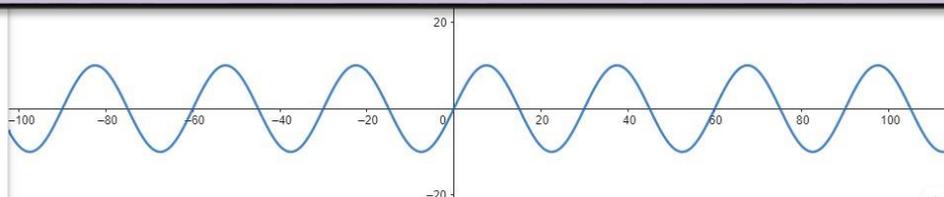
La rapidez angular de la rueda de la fortuna era de $\frac{2\pi}{15}$ radianes/segundo. Supongamos, además, que la canastilla arrancó desde un ángulo inicial $\theta_0 = 0$. Entonces la ecuación anterior se convertirá en $h = 10 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{15} t\right)$.

En una función trigonométrica de las formas $y = \sin(\omega t)$, $y = \cos(\omega t)$ y el valor de la rapidez angular ω determina el periodo T de la función, mediante la fórmula $T = \frac{2\pi}{\omega}$.



Actividad 10:

La gráfica en GeoGebra de la fórmula $h = 10 \sin\left(\frac{2\pi}{15} t\right)$ aparece a continuación.



I. ¿Cuál es el periodo de tu gráfica?

La fase

Considera las ecuaciones: $h = A \sin(\omega t - \phi)$, $h = A \cos(\omega t + \phi)$ que provienen de la fusión de las fórmulas $h = 10 \sin(\omega t)$, $h = 10 \cos(\omega t)$

Fase es una medida de la diferencia de tiempo entre dos ondas senoidales (seno). Aunque la fase es una diferencia verdadera de tiempo, siempre se mide en términos de ángulo, en grados o radianes.

La canastilla se eleva hasta que alcanza los $\pi/2$, momento en el que comienza

a bajar hasta alcanzar su altura mínima cuando vale $3\pi/2$, etc.

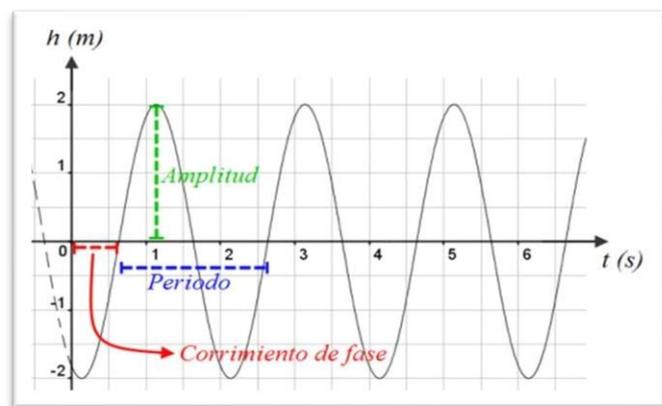
¿Qué cambiará si la canastilla no comienza el movimiento desde $\phi = 0$ sino desde algún otro valor, digamos en $\phi = \pi/3$? ¿Cómo se verá eso reflejado en la gráfica t vs. h ?

Cuando el ciclo no comience en $\phi = 0$, sino en la posición determinada por $\phi = -\phi_0$

A este corrimiento en la posición de inicio del ciclo se le conoce como corrimiento de fase, o desfase, y se le suele simbolizar por la letra griega ϕ ("phi")

La gráfica de la función $h = 2 \sin(\omega t - \phi)$, en la que h se mide en metros y t en segundos, se muestra a la derecha.

La amplitud de la gráfica es de 2 m, tiene un periodo de $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi} = 2$ y presenta un corrimiento de fase de $\phi = -\frac{\pi}{2} = 0.64$ que al ser positivo es hacia la derecha.



Investiga en diversas fuentes el significado gráfico del corrimiento de fase. ¿Qué quiere decir que una gráfica t vs h tenga un corrimiento de fase de 3 segundos?



Actividad 11:

Elabora un reporte escrito en el que establezcas las características principales de las funciones trigonométricas que estudiaste en las secciones anteriores, guíate con el siguiente cuestionario.

- I. ¿Qué es una función trigonométrica?
- II. ¿Cuál es la forma típica de la gráfica de una función trigonométrica que involucra al seno o al coseno de una de las variables?
- III. Suponiendo la misma amplitud, la misma rapidez angular, el mismo ángulo inicial, ¿cuáles la diferencia entre una función seno y una función coseno?
- IV. ¿Qué significa que una función trigonométrica sea periódica?

V. ¿Cómo se puede hallar el periodo de una función trigonométrica seno o coseno, a partir de la ecuación que la representa?

VI. ¿Qué es la amplitud de una función trigonométrica seno o coseno? Si se conoce su ecuación, ¿cómo determinar la amplitud?

VII. ¿Qué es el corrimiento de fase en una función trigonométrica? ¿Cómo calcularlo a partir de su ecuación?

Identidades trigonométricas

Una identidad trigonométrica es una igualdad que relaciona dos o más funciones trigonométricas que siempre se cumplen sin importar el valor de la variable .

La práctica hace al maestro



Actividad 12:

Emplea los conocimientos que construiste para realizar lo que se te pide a continuación.

La válvula del aire en la rueda de una motocicleta se mueve siguiendo una trayectoria circular vertical, de manera que su altura en centímetros sobre el centro de la rueda queda descrita por la ecuación: $y = 6 \sin\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{2}\right)$

i. ¿Cuál es el periodo de su movimiento?

ii. ¿Cuánto mide el diámetro de la rueda?

iii. Su movimiento ¿presenta algún corrimiento de fase? ¿Cuánto vale?

Analiza detenidamente el ejemplo de la página 128 para clarificar dudas.

iv. Escribe la ecuación que correspondería al movimiento de la válvula si su periodo fuera de 9 segundos, la rueda tuviera un radio de 35 centímetros y hubiera un corrimiento de fase de 2 segundos.

v. El ventilador del techo de una habitación en Mérida, Yucatán, da vueltas de acuerdo con la ecuación $y = \cos(4t + 3)$. ¿Cuál es la amplitud de su movimiento? ¿Su periodo? ¿Su corrimiento de fase?

En otra parte de la feria

¿Cómo calcular rapidez angular y la rapidez lineal? Verás algunas fórmulas importantes.

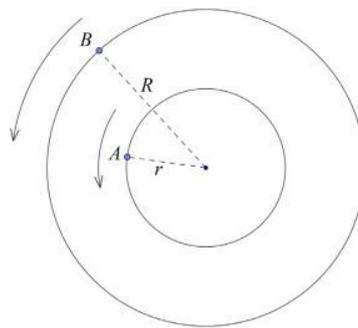
Rapidez angular: $= \omega$	Rapidez que implica periodo: $= \frac{2\pi}{T}$
Rapidez lineal: $= v$	Relación rapidez angular y rapidez lineal: $= v = \omega r$ En esta fórmula se considera también que el movimiento tiene lugar a lo largo del radio de la circunferencia.



Actividad 13:

Resuelve los problemas de velocidad lineal y velocidad angular para que refuerces tus conocimientos y apliques adecuadamente las fórmulas correspondientes.

I. Batam (B) y Ana (A) son 2 niños que pasean en un carrusel, que da cuatro vueltas por minuto, ubicados como se señala en la gráfica. Calcula la rapidez angular y lineal de cada uno.



II. ¿Cuál de los dos puntos, A o B recorre una longitud de arco mayor al dar una vuelta completa a su trayectoria?

III. Las rapidez angular son las mismas. ¿Qué sucede con sus rapidez lineales?

IV. Una hormiga está parada en el extremo de una de las hélices de un helicóptero que está a punto de ponerse en funcionamiento. ¿Qué debería hacer para incrementar sus posibilidades de mantenerse sobre la hélice y no salir disparada por la velocidad del giro?

V. ¿Por qué es tan fácil perder en el juego de las "coleadas", en el que los participantes forman una fila, se toman de las manos, y comienzan a girar en torno a uno de ellos, que se encuentra en uno de los extremos de la fila y se esfuerza por hacer que los demás giren a su alrededor con tanta fuerza como le sea posible?

VI. ¿Quiénes tienen más posibilidades de perder primero?

VII. ¿Por qué? (un participante pierde si abandona la fila al soltar la mano de uno de sus compañeros).

Discute con otros estudiantes de bachillerato cuál es la mejor manera de construir una bicicleta que alcance la mayor rapidez posible para un ritmo de pedaleo constante. ¿Cómo deben elegirse la estrella central y la trasera?

Reflexiona sobre los temas principales revisados en la sección.

2.3 Movimiento circular acelerado

En realidad, cualquier movimiento circular involucra una aceleración.

Movimiento circular uniforme (MCU): es un tipo de movimiento en donde la velocidad angular es **constante** y la aceleración angular es igual a cero.

Movimiento circular uniformemente acelerado (MCUA): es un tipo de movimiento en donde la aceleración angular es **distinta de cero y constante**, por tanto, la velocidad angular varía en el tiempo.

<p>Aceleración lineal: = $\frac{v}{r}$</p>	<p>Aceleración angular α: $\alpha = \frac{a_c}{r}$</p>
<p>Relación velocidad lineal y angular: = $v = r\omega$</p>	<p>Aceleración lineal: = $a_c = r\alpha$</p>
<p>Factorizando el radio: = $(\frac{v}{r})$</p>	<p>Comparando con la fórmula para la aceleración angular: $\alpha = \frac{a_c}{r}$ Si el movimiento circular ocurre a lo largo del radio r, la aceleración lineal y angular están relacionadas.</p>

Revisa el ejemplo de la página 138 de tu libro de texto para reforzar la información.

El péndulo

Los péndulos se encuentran entre los artefactos más sencillos y a la vez más importantes en la historia de la civilización. Básicamente, cualquier peso que cuelgue de algún soporte fijo. Los péndulos constituyeron la primera forma de medir el tiempo con un grado de precisión suficiente como para permitir un mejor estudio de este y muchos otros fenómenos naturales.



Actividad 14:

De los objetos que aparece a continuación, señala los que tienen un movimiento pendular y describe como identificas su periodo y amplitud.

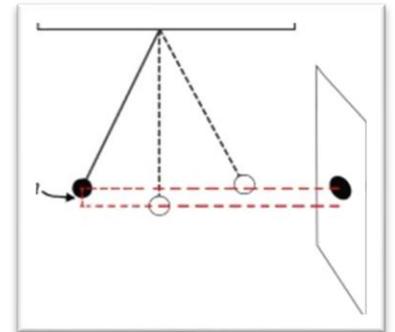
Columpio
Resbaladero
Péndulo de Foucault
Lancha
Árbol

Asta bandera
Camión
Reloj de pared
Dedos de las manos
Piernas humanas
(al caminar)

Bola de demolición
Semáforo
Carrusel
Trampolín voladizo
Rueda de la fortuna

¿Movimiento armónico simple en el péndulo?

El movimiento arriba-abajo de la sombra de un péndulo, estará determinado por la oscilación del péndulo entre su punto más alto y su punto más bajo. Reflexiona un momento. Este movimiento es periódico, de manera que se puede describir mediante una función trigonométrica representada por las ecuaciones: $h = \sin(\omega t + \phi_0)$ y $h = \cos(\omega t + \phi_0)$



Al rescate del satélite perdido

Vuelve ahora a la situación que se planteó en la sección *El satélite perdido*.

La órbita del satélite lo ubica a una altura constante de 10000 km sobre la superficie del planeta, y se mueve con una rapidez lineal de 18000 km/h, con un radio de 6370 km. Los ingenieros de la empresa perdieron contacto con el aparato 12 minutos después de que había pasado sobre su base terrestre, minutos que producirán una pequeña modificación en estos avances.



Actividad 15:

Reflexiona sobre el caso y responde las siguientes preguntas.

I. A partir del momento en que se perdió contacto, ¿cuánto tiempo debe transcurrir para que el satélite vuelva a pasar sobre la base terrestre?

La señal no llegará de forma inmediata hasta el satélite; hay que tomar en cuenta que las señales de radio viajan a la velocidad de la luz, de aproximadamente 300 000 km/h.

II. Tomando en cuenta que la señal se enviará en dirección vertical hacia arriba, ¿la transmisión deberá realizarse antes o después de que el satélite pase sobre la base terrestre?

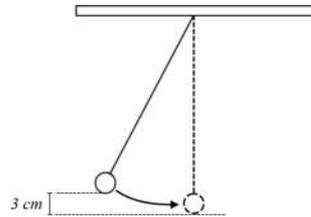
III. ¿Cuánto tiempo antes o después?

Retoma la ecuación que habías escrito para la "altura" h del satélite sobre el centro de la Tierra. Luego calcula el periodo del movimiento del satélite, el valor de su ángulo inicial θ_0 (tomando como instante "inicial" el momento en se perdió contacto con él) y escribe una ecuación que describa la posición h del satélite como función del tiempo (medido en minutos).

Autoevaluación Unidad 2

1. El péndulo de la figura oscila con un periodo de 2 segundos (3 cm). Ignorando los efectos de la fricción y suponiendo que el movimiento comenzó en $t = 0$ cuando la masa estaba en la posición dibujada con líneas sólidas, escribe una ecuación que describa la altura del péndulo como función del tiempo, medida desde su posición más baja (péndulo en líneas punteadas). Además, obtén:

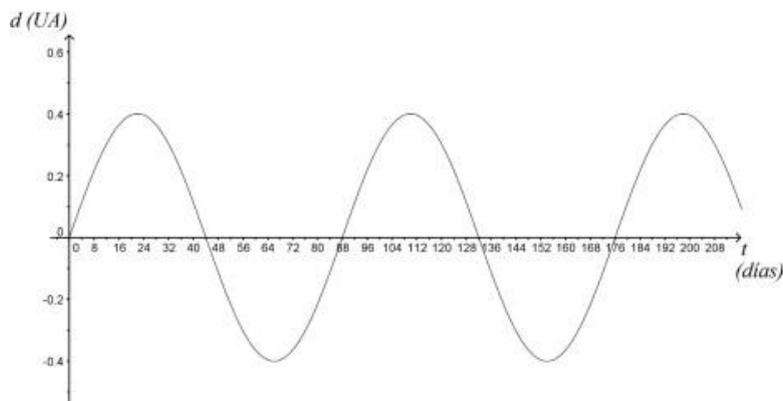
- a) La frecuencia de este movimiento.
- b) Su amplitud.
- c) Dibuja la gráfica de esta función, incluyendo al menos dos ciclos.



2. Desde un observatorio astronómico, un equipo científico realiza observaciones del planeta Mercurio en su órbita alrededor del Sol. Las observaciones resultan en la gráfica siguiente, que muestra la distancia de dicho planeta al Sol en Unidades Astronómicas (UA; una UA es equivalente a la distancia media de la Tierra al Sol, aproximadamente 150 millones de kilómetros).

Con base en la gráfica, obtén:

- a) El periodo de traslación de Mercurio alrededor del Sol.
- b) El radio de la órbita de Mercurio alrededor del Sol, en UA y en kilómetros.
- c) La ecuación que describe la distancia de Mercurio al Sol como función del tiempo.
- d) La velocidad tangencial de este planeta en su órbita alrededor del astro rey, en km/h.



3. Una rueda que parte del reposo adquiere una velocidad de 1350 rad/s, en 3.5 minutos. ¿Cuál es la aceleración angular de la rueda?

Unidad 3

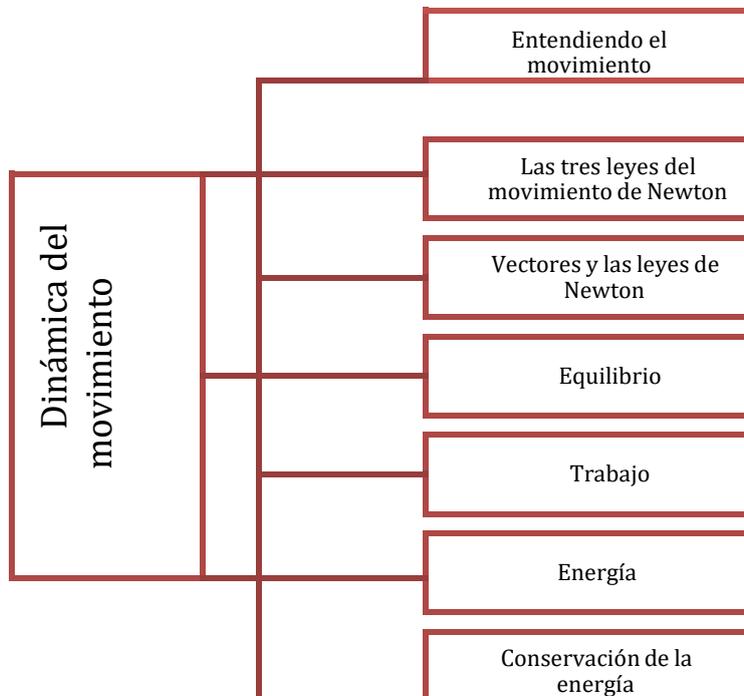
Dinámica del movimiento

¿Qué voy a aprender y cómo?



Para reflexionar:

Después de estudiar los tipos de movimiento: MRU, MRUA, MC y MUA, es posible iniciar el estudio de la dinámica del movimiento: ¿Qué ideas te trae esta palabra? ¿Qué eventos? ¿Qué aplicaciones?



La rampa de emergencia

Se pretende construir una rampa en una pendiente de carretera para poder detener desde automóviles compactos hasta camiones de carga que vayan a la velocidad máxima permitida. Estará cubierta de grava suelta que funcionará como mecanismo de frenado, al ofrecer una mayor resistencia al movimiento de los vehículos que el asfalto de la carretera.

¿Qué elementos crees que sean necesarios para efectuar el cálculo de dicha longitud? Al término de la unidad podrás responder fácilmente a esta pregunta.

3.1 Entendiendo el movimiento

Fue Galileo (1564-1642) quien descubrió que para mantener un cuerpo en movimiento hacía falta aplicarle una fuerza, y propuso que, en realidad, un objeto que estuviera moviéndose con rapidez constante continuaría haciéndolo, a menos que una fuerza se opusiera a ello; del mismo modo, un objeto en reposo permanecería en reposo, a menos que una fuerza lo hiciera moverse. Esta importantísima idea llevó al concepto de inercia.

En la actualidad, ¿en qué momento has experimentado la inercia?

Isaac Newton (1643-1727) fue una de las personalidades más extraordinarias que ha visto el mundo y refinó las ideas de Galileo y logró establecer las tres leyes de Newton, leyes que bastan para explicar prácticamente todo el movimiento en la naturaleza —dentro de ciertos límites— y que impulsaron el desarrollo de la tecnología hasta los increíbles niveles que vemos hoy.

3.2 Primera ley del movimiento de Newton



Actividad 16:

Reflexiona sobre cada uno de los casos que se te presentan y contesta las preguntas planteadas.

Siéntate en tu banco en posición "Buda", es decir, con las piernas dobladas y sentado sobre ellas. Sin tocar nada a tu alrededor ni utilizar ningún elemento que pueda ayudarte, intenta moverte, es decir, trasladarte de una posición a otra. ¡Ten cuidado de no caerte!



Ponte de pie sobre el piso y, sin ayuda de nada o de nadie y sin saltar, trata de elevarte del piso.



¿Qué sucedió en los dos casos?

Escribe con tus palabras lo que realizaste, tus observaciones y las causas que te parecen lo producen.

¿Qué relación encuentras entre lo sucedido con el concepto que tienes de FUERZA?

Haz una lista de ejemplos de situaciones conocidas por ti en donde pienses que "hay fuerzas".

En reposo y en movimiento

Los objetos del experimento estaban en reposo y la ley se aplica también para los objetos en movimiento, por ejemplo, las sondas del Voyager.

Las sondas Voyager son dos artefactos que fueron lanzados por la NASA hacia el espacio exterior durante la década de los 70. Las sondas fueron lanzadas más allá de la atracción gravitacional de la Tierra; una vez ahí, dejaron que el impulso las llevara flotando por el espacio, y durante los siguientes diez años ambas sondas se alejaron más y más, hasta que finalmente abandonaron el sistema solar.



Actividad 17

Mientras ningún objeto en el espacio se interponga en su camino.

¿Qué ocurrirá con las Voyager?

¿Habrá algún cambio en sus velocidades?

3.3 Segunda ley del movimiento de Newton

Coloca un objeto sobre la superficie de una mesa, observa. Ahora empújalo sobre la superficie, obviamente la velocidad deja de ser cero, es decir, hay un cambio de velocidad.



Actividad 18

Analiza cada uno de los casos que se presentan a continuación y responde con base en la primera ley de Newton.

I. ¿Qué sucederá si ahora colocas un libro con mayor masa y lo empujas con la misma fuerza que empleaste en el primer caso? ¿Le impartirás la misma aceleración que al primer objeto?

¿Lograrás una mayor aceleración? ¿Será esta menor?

II. Imagina lo que sucedería en casos, donde empujes, siempre con la misma fuerza, distintos objetos con pesos diferentes.

Usa tus observaciones e ideas para completar los espacios vacíos en la frase siguiente: Para una misma _____, a mayor _____ corresponde una menor _____. **Mientras la fuerza con la que empujas un objeto se mantenga constante, la masa m y la aceleración a del objeto serán cantidades inversamente proporcionales.**

III. ¿Sería correcto decir que “el doble de fuerza producirá el doble de aceleración”?

Usa tus conclusiones para llenar los espacios vacíos en la frase siguiente: Para unamisma, a mayor corresponde una mayor

3.4 Masa y peso

Comprender las leyes de Newton requiere conocer el significado de los conceptos de masa y peso, cómo se relacionan y cuáles son las diferencias entre ellos.



Actividad 19:

Después de revisar el tema, responde las siguientes preguntas.

I. ¿Cuál es la relación entre inercia y masa?

II. Considerando la fuerza de la gravedad, ¿Qué ocurre con el peso de un objeto cuando se le coloca:

a. a nivel del mar? _____

b. en lo alto del Monte Everest? _____

c. en la superficie de la Luna? _____

III. ¿Qué ocurre con su masa en las mismas condiciones de la pregunta anterior?

1. _____ 2. _____ 3. _____

IV. Una cantidad es “fundamental” para un objeto si es propia de él, si no depende de factores externos al objeto. ¿Cuál es más fundamental, el peso o la masa?

3.5 Fuerza neta

La primera ley de Newton se refiere a la fuerza neta que actúa sobre un cuerpo.

La fuerza neta es la suma vectorial de las fuerzas que actúan sobre una partícula u objeto. Cuando empujas un libro sobre la mesa, hay en realidad cuatro fuerzas que inciden sobre el libro, y la suma de todas ellas nos da una fuerza total, una fuerza neta, a la que se refiere la primera ley.

También la segunda ley se refiere a la fuerza neta: cuando afirma que una fuerza aplicada sobre un objeto le imparte una aceleración que es inversamente proporcional a su masa, está refiriéndose a la fuerza neta que actúa sobre el objeto. Si la fuerza neta es cero, entonces el cuerpo no recibe ninguna aceleración (segunda ley) y por lo tanto se mantiene en su estado actual de movimiento (primera ley).

3.6 Tercera ley del movimiento de Newton



Actividad 20:

Imagina las situaciones que se describen a continuación y procura predecir lo que ocurrirá en cada una de ellas.

Imagina que te encuentras en un suelo liso y perfectamente horizontal:

I. Estás sentado en una patineta junto a una pared, de manera que no tocas el suelo con ninguna parte de tu cuerpo. Con ambas manos, empujas la pared con todas tus fuerzas.

¿Qué sucede? _____

II. Estás sentado en la misma patineta, con varias pelotas en el regazo. Tomas varias de ellas y las arrojas con todas tus fuerzas hacia el frente. ¿Qué sucede?

III. Tú y un amigo están patinando, cuando se detienen uno frente al otro. Sin que ninguno se quite los patines, lo empujas con todas tus fuerzas (los dos logran mantenerse de pie todo el tiempo). ¿Qué ocurre con ambos?

En cada una de estas situaciones hipotéticas, ejerces una fuerza sobre un objeto (la pared, la pelota, tu amigo). Y en todas ellas, ocurre algo en respuesta.

Fricción

Cuando tratas de empujar tu libro sobre la superficie de la mesa, debes primero vencer una fuerza de fricción, o rozamiento, (independiente de la inercia) que el libro experimenta por su contacto con la superficie de la mesa. Otra fuerza que actúa sobre el libro es la fuerza de la gravedad de la Tierra que lo empuja hacia abajo, La fuerza que ejerce la mesa sobre el libro se llama fuerza normal, y es directamente proporcional a la fricción.

Siendo la fricción y la fuerza normal directamente proporcionales, la fuerza de fricción se expresa así: $f_r = \mu N$. La variable "fr" es la fuerza de fricción, N es la fuerza normal y μ (mu) es la constante de proporcionalidad entre ambas.

μ depende del tipo de superficie involucrada y su valor se consulta en tablas ya especificadas. μ es adimensional, no tiene unidades.

Para determinar el coeficiente de fricción cinética (μ_k) entre dos superficies, se puede utilizar la siguiente fórmula: $\mu_k = \frac{f_{r,c}}{N}$ Donde $f_{r,c}$ es la fuerza de fricción cinética y N es la fuerza normal.

La fuerza normal (N) es la fuerza perpendicular ejercida por una superficie sobre un objeto en contacto con ella. En la mayoría de los casos, la fuerza normal es igual al peso del objeto, es decir, la masa del objeto multiplicada por la aceleración debido a la gravedad.

La fuerza de fricción cinética (f_k) es la fuerza que se opone al movimiento relativo entre las dos superficies en contacto cuando ya están en movimiento. La fuerza de fricción cinética depende del coeficiente de fricción cinética y la fuerza normal.

Por lo tanto, para determinar el coeficiente de fricción cinética, se debe medir la fuerza de fricción cinética y la fuerza normal y luego utilizar la fórmula mencionada anteriormente.

Las cuatro fuerzas que actúan sobre el libro cuando lo empujas son:

1. La que ejerces sobre él al empujarlo.
2. La fuerza de fricción, que se opone al movimiento y es la responsable de que el libro se detenga cuando lo dejas de empujar.
3. El peso del libro, que la Tierra ejerce sobre él a través de la atracción gravitacional.
4. La fuerza normal que la mesa ejerce sobre el libro.

Recuerda que hay dos tipos de fricción: fricción cinética, la fricción que se opone al movimiento de un objeto que ya está moviéndose; no es igual que la fricción estática, que es la que se opone a que el objeto comience a moverse.



Actividad 21:

Calcula la fricción cinética que se opondría al deslizamiento de un objeto hecho de caucho o pavimento, sobre una superficie de otro de ellos como metal.

En realidad, es muy sencillo, pero si tienes alguna duda revisa el ejemplo de la página 161.

¿Cuántas fuerzas consideras que actúan sobre un automóvil sin frenos que se mueve por una carretera? ¿Cuáles serían estas fuerzas? ¿Cuáles se oponen al movimiento, cuáles lo favorecen, cuáles no hacen ni lo uno ni lo otro?

3.7 Las tres leyes del movimiento de Newton

Primera ley: Inercia

Un objeto que se mueve con velocidad constante se mantendrá en ese estado, a menos que incida sobre él una fuerza neta distinta de cero.

También se aplica para objetos que se encuentren en reposo y que se mantendrán en reposo si no hay una fuerza que provoque el movimiento.

Segunda ley: Fuerza, masa y aceleración.

Una fuerza neta que actúe sobre un objeto le producirá una aceleración proporcional a la magnitud de la fuerza, y en la misma dirección. Además, esta aceleración será inversamente proporcional a la masa del objeto.

La segunda ley se resume en la expresión: $F = ma$

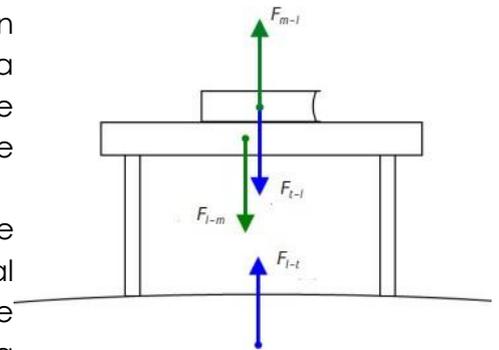
Tercera ley: acción y reacción

Siempre que un cuerpo ejerce una fuerza neta sobre un segundo cuerpo, el segundo cuerpo ejercerá sobre el primero una fuerza igual y en sentido opuesto.

Si Empujas una pared (ejerces una fuerza de acción sobre la pared), sentirás cómo la pared te empuja a ti con una fuerza igual y en sentido contrario a la tuya (la pared ejerce sobre ti una fuerza de reacción). Esta ley se aplica siempre entre dos objetos diferentes.

Al estar el libro descansando sobre la mesa, ejerce sobre ella una fuerza de contacto. Esta fuerza de contacto es igual en magnitud al peso del libro, pero no actúa sobre él, sino sobre la mesa: es una "acción", a la cual la mesa responde con una "reacción", la fuerza normal de la mesa sobre el libro.

Cuando tú empujas el libro, la reacción a tu empuje no es la fricción es la fuerza que el libro ejerce sobre tu mano.



Actividad 22:

Reflexiona en el significado de las tres leyes del movimiento, cuyos enunciados acabas de leer, y contesta las siguientes preguntas con todo el detalle que te sea posible.

I. Adrián jala un remolque en el que lleva sus juguetes. Identifica todas las fuerzas de acción y reacción que intervienen en esta situación, y especifica sobre qué objeto actúa cada una.



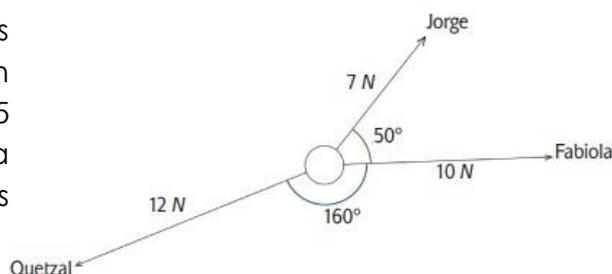
II. Adrián llega con su remolque a un lago congelado y trata de seguir avanzando, caminando sobre el hielo. Explica, empleando las leyes del movimiento de Newton, lo que ocurrirá con el movimiento de Adrián.

III. La Tierra ejerce sobre ti una fuerza de atracción debida a la gravedad. ¿Cuál es la fuerza de reacción que le corresponde?

IV. A Manuel le pidieron que jalara un remolque a lo largo de cierta distancia. Sin embargo, Manuel —que ha estudiado física— se opone diciendo: “debido a la tercera ley de Newton, la fuerza con la que yo jale el remolque siempre será igual a la fuerza con la que el remolque me jale a mí; entonces no tiene sentido que lo intente, pues nunca podré hacer que el remolque se mueva”. ¿Tiene razón? ¿Por qué?

3.8 Vectores y las leyes de Newton

Jorge, Fabiola y Quetzal son tres amigos que juegan un curioso juego, que consiste en amarrar tres cuerdas a un aro de metal de 1.5 kg, y jalar el aro los tres al mismo tiempo, cada uno en una dirección determinada. La fuerza es un vector porque tiene magnitud y dirección.



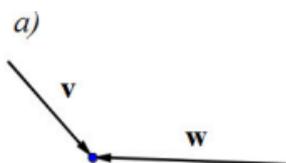
¿En qué dirección se moverá el aro?

De acuerdo con la primera ley de Newton, el aro se mantendrá en reposo a menos que actúe sobre él una fuerza neta distinta de cero. De acuerdo con la segunda ley, el aro sufrirá una aceleración directamente proporcional a la magnitud de la fuerza neta que actúe sobre él, y en la misma dirección que dicha fuerza neta. Entonces, lo primero que necesitamos es calcular la fuerza neta que actúa sobre el aro. Nota: se utilizará letra en negritas para identificar los vectores.

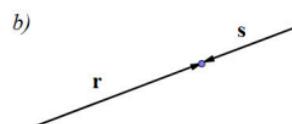
Suma de vectores por el método del paralelogramo

En la imagen anterior de las fuerzas que aplican los 3 amigos sobre el aro, se distinguen dos vectores concurrentes (la dirección de los vectores se cruza en algún punto formando un ángulo entre ellos), así mismo se observan vectores colineales (dirigidos en la misma dirección).

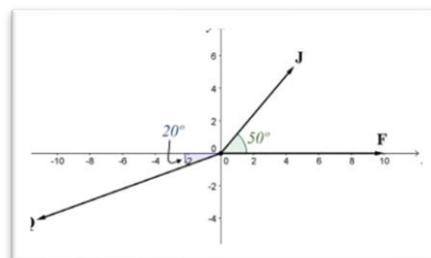
Vectores concurrentes



Vectores colineales



Una versión abstracta del juego de los tres amigos. Se incluye un sistema de referencia, cuyo eje positivo x coincide con la dirección de la fuerza F , correspondiente a Fabiola, y cuyo origen está colocado en la posición del aro, que además se representa por un punto. ¿Por qué el ángulo azul mide 20°?

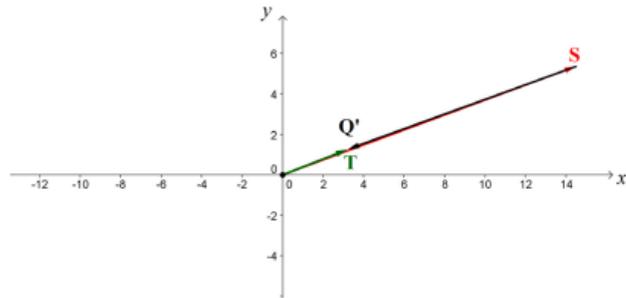
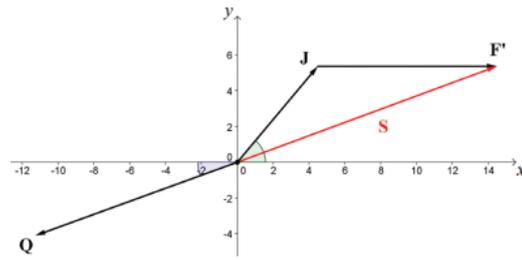


Método del paralelogramo para sumar vectores

Este método se puede aplicar para obtener la resultante de dos vectores separados por un ángulo, **es un método gráfico que sirve para sumar sólo dos vectores a la vez.** Para construir el paralelogramo, los orígenes de los vectores a sumar, dibujados a escala, deben coincidir en un punto. En la página 167 de tu libro de texto, encontrarás las gráficas que ejemplifican el caso.

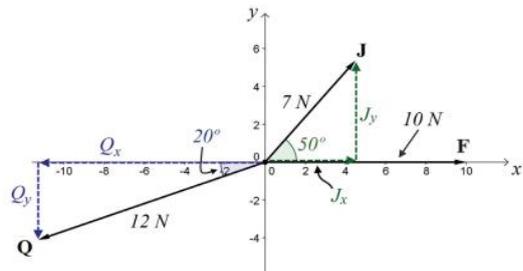
F se traslada a **J** y se tiene un nuevo vector **S**, que es la resultante de la sumatoria.

Ahora hace falta sumar este vector resultante **S** con el vector **Q**, que representa la fuerza con la que jala Quetzal, donde ahora **T** representa la fuerza neta. (página 167 del texto)



Suma de vectores empleando componentes axiales

Cada una de las fuerzas a sumar, se descompone en los dos ejes cartesianos y después se obtiene una suma de fuerzas para cada componente axial (obteniendo una resultante en x y otra en y para después utilizar el teorema de Pitágoras y obtener una sola fuerza resultante **T**. Finalmente se obtiene el ángulo del triángulo obtenido por tangente inversa.



Componentes axiales de J	Componentes axiales de Q	Sistema de referencia F
$= 7 \cos 50^\circ$	$= 7 \cos 20^\circ$	$= 10$
$= 7 \sin 50^\circ$	$= 7 \sin 20^\circ$	$= 0$

Sumando todos los componentes axiales, se obtiene la componente resultante :
 $= - + = 7 \cos 50^\circ - 12 \cos 20^\circ + 10 = 3.22$

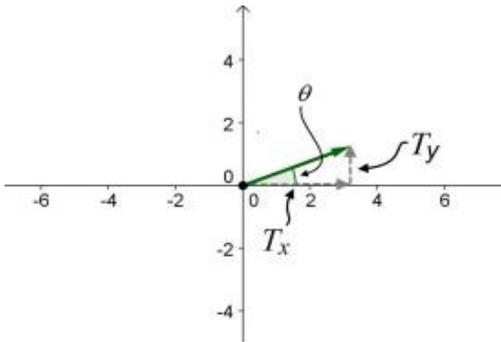
se resta porque su dirección en x es negativa.

Ahora con los componentes verticales obtendremos :

$$= - + = 7 \sin 50^\circ - 12 \sin 20^\circ + 0 = 1.26$$

y apuntan en dirección vertical positiva por lo que se toman como positivos mientras que apunta en dirección vertical negativa por lo que debe de restarse.

Las componentes del vector quedan así mediante el teorema de Pitágoras se encuentra el vector resultante **T**. $= \sqrt{3.22^2 + 1.26^2} = 3.46$



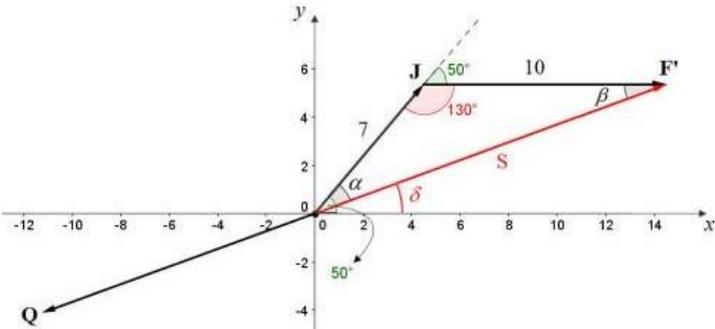
El ángulo de dirección se obtiene con la tangente inversa: $\theta = \tan^{-1} \frac{1.26}{3.22} = 21.3$

La ley de los senos establece que, en cualquier triángulo, $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$, es decir, el cociente "longitud de un lado" / "seno del ángulo opuesto" se mantiene constante para los tres lados y los tres ángulos del triángulo.

La ley de los cosenos establece que, en cualquier triángulo, $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$. Es decir, uno de los lados (en este caso se eligió a C, pero pudo haberse elegido a cualquier otro) es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos, menos el doble del producto de esos dos, por el coseno del ángulo.

Suma de vectores empleando leyes de los senos y los cosenos

Cuando esa suma se realizó mediante el método del paralelogramo, el vector F se trasladó hacia la punta del J. La suma de ambos, S, formaba un triángulo con ellos.



Como las leyes de los senos y los cosenos se pueden aplicar a cualquier triángulo, podemos aplicarlas a este; la ley de los senos quedaría $\frac{10}{\sin \alpha} = \frac{7}{\sin \delta} = \frac{S}{\sin 130^\circ}$

Mientras que la ley de los cosenos (escribiéndola para el lado S) se convertiría en $S^2 = 7^2 + 10^2 - 2(7)(10) \cos 130^\circ$ Nota que en ambas leyes se está tratando únicamente con las magnitudes de los vectores, por lo que no se usa negrita.

La ley de los cosenos nos permite entonces calcular la magnitud de S ; será:

$$\begin{aligned} S^2 &= 7^2 + 10^2 - 2(7)(10) \cos 130^\circ \\ S^2 &= 49 + 100 - 140 \cos 130^\circ \\ S^2 &= 49 + 100 - 89.99 \\ S^2 &= 238.99 \\ S &= \sqrt{238.99} \\ S &= 15.46 \end{aligned}$$

Lo cual significa que la magnitud del vector S , resultado de la suma de J más F , es $S = 15.46$.

1. Nos falta calcular su ángulo de dirección δ ; para ello, podemos primero usar la ley de los senos para calcular el ángulo α que S forma con J ; sustituimos el valor de S en dicha ley, y tendremos:

$$\frac{10}{\sin 130^\circ} = \frac{7}{\sin \alpha} = \frac{15.46}{\sin \alpha}$$

2. Nos quedamos con el primer y el último cociente (por el momento no nos interesa obtener el valor de α), y llegamos a:

$$\frac{10}{\sin 130^\circ} = \frac{15.46}{\sin \alpha}$$

3. Ahora despejemos el ángulo:

$$10 = \left(\frac{15.46}{\sin \alpha} \right) \sin 130^\circ$$

$$10 (\sin 130^\circ) = (15.46) \sin \alpha$$

$$\frac{10(\sin 130^\circ)}{15.46} = \sin \alpha$$

$$\sin^{-1} = \left[\frac{10(\sin 130^\circ)}{15.46} \right] =$$

$$= 29.70^\circ$$

Observa ahora la figura e identifica el ángulo δ , verás que el ángulo se puede obtener como la diferencia entre los 50° de dirección del vector J y los 29.70° que acabamos de calcular para

$$\delta = 50^\circ - 29.70^\circ = 20.30^\circ$$

El vector T resultante de la suma de vectores, se puede calcular por los otros dos métodos, ya que los vectores S y Q son prácticamente colineales.



Actividad 23:

Emplea los resultados obtenidos para la magnitud y la dirección de T , junto con la segunda ley de Newton, para determinar la magnitud y dirección de la aceleración que sufrirá el aro (el cual tiene una masa de 1.5 kg).

Newton en acción

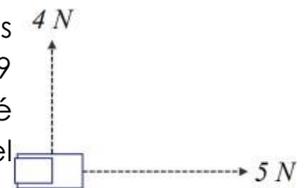


Actividad 24:

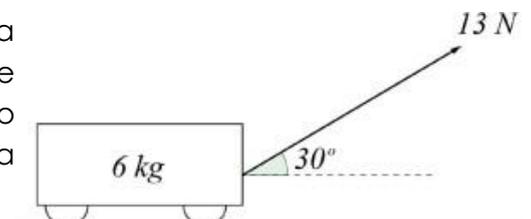
Emplea las leyes de Newton y lo que acaba de estudiarse sobre suma de vectores para resolver los siguientes problemas:

I. ¿Cuál es la aceleración que experimenta un paracaidista de 60 kg que se lanza de un avión, en un momento en el cual el aire le ofrece una fuerza de fricción de 20 N que se opone a su movimiento?

II. Dos bueyes jalan cada uno por su lado, con fuerzas de magnitudes y direcciones que se muestran en la figura, un arado que tiene una masa de 9 kg, ¿cuál será la magnitud de la aceleración que experimentará? ¿En qué dirección estará dirigida dicha aceleración? Ignora el efecto de la fricción del arado con la tierra.



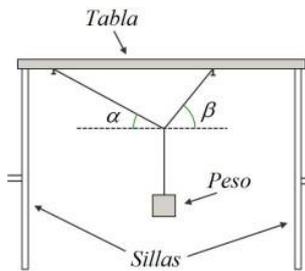
III. Manuel jala un remolque con una fuerza cuya magnitud y dirección se muestran en la figura. Si el remolque tiene una masa de 6 kg, y suponiendo que las rueditas del remolque lo hacen deslizarse por el suelo sin fricción, ¿cuál será la aceleración que le comunicará?



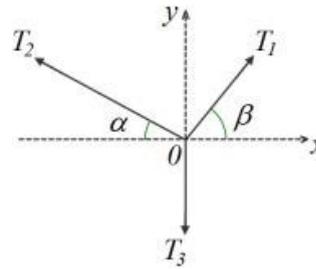
Revisa el ejemplo explicado en la página 177 de tu libro de texto.

Supongamos que en la situación planteada al inicio de la unidad la rampa de emergencia se construirá de forma que tenga una pendiente de 10° sobre la horizontal. Con una masa de 50 toneladas para el vehículo, calcula la magnitud de los componentes axiales.

En equilibrio



Tensión de los hilos en equilibrio



Versión abstracta del mismo sistema.

3.9 Trabajo

En Física, el trabajo (abreviado W , por la palabra inglesa “work”, trabajo) que efectúa una fuerza F al **desplazar** un objeto a lo largo de una distancia d , se calcula mediante la expresión $W = Fd \cos \theta$. El desplazamiento debe ocurrir en dirección a donde es aplicada la fuerza.



Actividad 25:

Investiga las unidades del SI para medir el trabajo. Después responde las siguientes preguntas.

I. ¿Por qué los pasajeros de un transporte público descompuesto no realizan trabajo —en el sentido de la física— si empujan desde el interior del transporte (aun si lo hacen con todas sus fuerzas)?

II. Ubica unas escaleras cercanas a tu casa o en tu casa. Usa una cinta métrica para determinar la altura de esas escaleras, midiendo la altura de un escalón y multiplicando por el total de escalones. A continuación, calcula el trabajo que realizas al subir esas escaleras.

III. ¿Qué requiere más trabajo: ¿impulsar un tren del metro vacío desde el reposo hasta su máxima velocidad, o impulsarlo desde el reposo hasta esa velocidad mientras está lleno? Supón que en ambos casos la máxima velocidad se alcanza después de recorrer la misma distancia.

3.10 Energía

En Física, se entiende por energía la capacidad que tiene un objeto para realizar trabajo.

Existen diversos tipos de energía: eléctrica, química, nuclear, térmica, por ejemplo.

La energía mecánica, en particular, es la energía que un objeto adquiere como resultado de su velocidad o de su posición.

Energía cinética

- Un objeto en movimiento tiene la capacidad de realizar trabajo.
- Un objeto en movimiento tiene energía mecánica, por el sólo hecho de encontrarse en movimiento.

Esta clase de energía mecánica que poseen los objetos en movimiento se conoce como energía cinética (del griego kinesis, "movimiento"). La energía cinética k de un objeto de masa m que se mueve a una velocidad v se expresa mediante la fórmula $k = \frac{1}{2} m v^2$

Energía potencial

La energía potencial de un objeto es la energía mecánica asociada a su posición o configuración. Es la energía almacenada en el objeto debido a su posición y que se puede transformar en energía cinética o trabajo

Si el objeto se lleva a cierta altura (h) $E_p = mgh$	Si el objeto se mide en masa (m) $E_p = mgh$	Energía potencial gravitacional (E_p) $E_p = mgh$
--	---	--



Actividad 26:

Resuelve los problemas acerca de energía cinética (de movimiento) y potencial (en reposo). Considera los datos proporcionados.

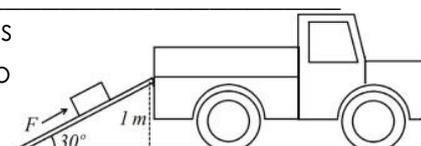
I. Averigua cuál es la masa reglamentaria de un balón profesional de fútbol lleno de aire. ¿Cuál es la energía cinética del balón si después de un chute viaja con una velocidad de 20 m/s?

II. ¿Quién tiene más energía cinética, un automóvil de 1 000 kg que se desplaza a una velocidad de 10 km/h, o un balón de fútbol de 400 g que se mueve a 140 km/h?

III. Investiga cuál es la masa del planeta Tierra y su distancia media al Sol. Trabaja bajo el supuesto de que la órbita terrestre alrededor del Sol es circular, y tomando en cuenta que nuestro planeta tarda un año en dar una vuelta completa al astro rey, determina su energía cinética.

IV. Un automóvil en movimiento tiene cierta energía cinética. Luego aumenta su velocidad al doble. ¿Cuánto aumenta su energía cinética, en relación con la que tenía originalmente?

V. Mario trabaja transportando bloques de hielo. Uno de los bloques que debe manipular tiene una masa de 100 kg, y necesita subirlo a la caja de su camioneta, que está a 1 metro del suelo.



a. ¿Cuánta fuerza debe aplicar si lo levanta verticalmente?

b. ¿Y si lo lleva hasta la caja deslizándolo por una rampa (supón que la fricción con la rampa es tan pequeña que se le puede ignorar) como la que se muestra en la figura?

c. ¿Cuál es el trabajo que debe efectuar en cada caso?

d. ¿Cuál será la energía potencial del bloque una vez que llegue a la caja de la camioneta?

I. Un elevador vacío tiene una masa de 700 kg. Está instalado en un edificio en el que cada piso tiene 3 m de alto. Calcula el incremento que sufre su energía potencial cuando va:

- De la planta baja al quinto piso. _____
- Del quinto piso al segundo piso. _____
- Del segundo piso al séptimo piso. _____
- Del séptimo piso a la planta baja. _____

3.9 Todo se va a alguna parte: trabajo y conservación de la energía

"La energía no se crea ni se destruye, sólo se transforma". Esta frase representa la ley de la conservación de la energía.

En el caso de la energía mecánica, la energía potencial de un objeto que se encuentra en una posición elevada se puede transformar en energía cinética.

En el caso de la energía cinética ocurre algo similar: cuando se efectúa trabajo sobre un objeto, se le aplica una fuerza a lo largo de una distancia determinada, eso significa que hay un cambio en su energía cinética; este cambio en la energía es igual al trabajo efectuado sobre el objeto. Lo anterior suele expresarse escribiendo $W = \Delta K$

W es trabajo y ΔK es el cambio de energía cinética. El hecho de que el trabajo efectuado sobre un cuerpo sea igual al cambio en su energía cinética (y viceversa) constituye otra importante ley física, conocida como el teorema trabajo-energía.

Teorema trabajo-energía

El trabajo efectuado sobre un cuerpo es igual al cambio en su energía cinética, y viceversa.



Actividad 27:

Este teorema, y la ley de la conservación de la energía, resultan muy útiles a la hora de estudiar diversas situaciones en las que intervienen fuerzas que alteran el movimiento de un objeto. Aquí algunos ejemplos para que resuelvas.

Un automóvil de 800 kg viaja por una avenida a una velocidad de 100 km/h. Repentinamente el conductor aplica los frenos, momento en que los neumáticos dejan de girar. Sin embargo, la velocidad inicial del auto hace que todavía patine varios metros antes de detenerse por completo.

Supón un coeficiente de fricción dinámica entre el asfalto y el caucho de los neumáticos de 0.8, ignora el calentamiento de las llantas debido a la fricción, y determina:

I. La energía cinética del auto justo antes de frenar.

II. El trabajo que debe hacer la fricción sobre el auto para detenerlo por completo.

III. La distancia que el auto patina desde el momento en que las llantas dejan de girar hasta que se detiene por completo.

IV. La aceleración que el auto experimentará desde el momento en que frena hasta que se detiene por completo.

V. Se te pidió al inicio que ignoraras el calentamiento de las llantas por fricción. En la vida real, ese calentamiento puede llegar a ser importante. ¿Cuál es su efecto sobre la distancia que el auto recorre antes de detenerse? En la vida real, ¿se recorrería más o menos distancia de la que calculaste ignorando el calentamiento?

Miguel empuja una caja ejerciendo una fuerza de 20 N a lo largo de 6 m. Canek hace lo mismo con una caja idéntica, pero ejerciendo una fuerza de 10 N a lo largo de 12 m.

I. ¿Quién realiza más trabajo?

II. ¿Quién comunica más energía cinética a su caja?

Construyendo la rampa de emergencia



Actividad 28:

Vuelve a la situación planteada al inicio de esta unidad, en la rampa de emergencia.

Considera la masa de un automóvil compacto es de alrededor de una tonelada (t), mientras que la de un camión de carga lleno a su máxima capacidad es de 50 t. La superficie de la rampa estará enteramente cubierta de grava suelta, la cual ofrece un coeficiente de fricción con los neumáticos de 0.30. El terreno sobre el cual se va a realizar la construcción es tal que la rampa formará un ángulo de 10° sobre la dirección horizontal, lo cual ayudará a que los vehículos frenen más pronto al entrar en ella. El límite de velocidad en la zona donde realizará el trabajo es de 80 m/h .

I. ¿Cuál es la longitud mínima que deberá tener la rampa para que los vehículos que entren en ella, desde automóviles compactos hasta camiones de carga, se detengan completamente?

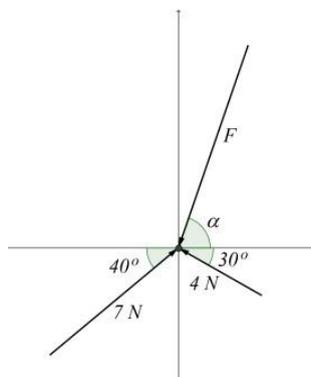
II. ¿Cuál sería esa longitud mínima si la rampa se fuera a construir sin ninguna pendiente?

Autoevaluación Unidad 3

I- El mariscal de un equipo de futbol americano lanza el balón (cuya masa es de 400 gr) con una velocidad inicial de 18 m/s y un ángulo de 50° respecto a la dirección horizontal. Debido a la fricción del aire, el balón cae al suelo 0.5 metros antes de lo que habría alcanzado en ausencia de fricción. Con base en ello y suponiendo que la fricción es constante y que actúa sólo en la dirección horizontal, determina

1. La aceleración que la fricción del aire imparte al balón.
2. El trabajo realizado por dicha fricción sobre el balón.
3. La energía cinética que el balón pierde debido a esta fricción

II. Tres personas están empujando una pesa de 2 kg de masa. Dos de ellas lo hacen con fuerzas cuyas magnitudes y direcciones se observan en la figura, en la que se aprecia una vista superior de la situación. ¿Cuál debe ser la magnitud F y la dirección de la fuerza que aplica la tercera persona, para que la masa se mueva con una aceleración de



- 1 / 2, en dirección vertical hacia abajo?

III. En la película Superman Returns, el súper héroe debe salvar un avión que cae en picada. Considera una masa de 350 000 kg para el avión, y que la caída comenzó a 20 km de altura. Ignora el efecto de la fricción del aire.

1. ¿Cuál es la energía potencial de la nave en el momento en que comienza a caer?
2. Superman alcanza al avión cuando está a 300 metros del suelo. ¿Qué cantidad de trabajo debe realizar para detenerlo justo antes de que toque tierra?
3. ¿Qué fuerza deberá aplicar para lograr tal hazaña? d) Determina la aceleración que sufrirá el avión como resultado de dicha fuerza.

Respuestas de autoevaluaciones

Respuestas de autoevaluación (Unidad 1)

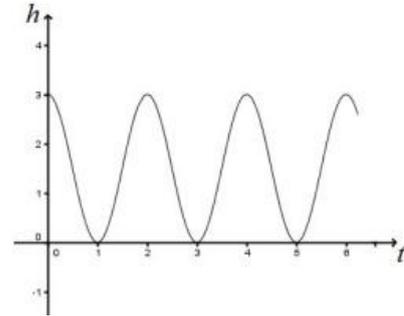
- 1) 3 seg = 13 mts 5 seg = 21 mts 7 seg = 29 mts
- 2) a) 4 m/seg b) -0.5 m/seg c) -1 m/seg d) 0 m/seg
- 3) -2.333 m/seg
- 4) -2 m/seg²
- 5) 3.02 m/seg²
- 6) 19.44 m/seg al norte
- 7) 873 m al sur
- 8) 154.1 seg
- 9) a) V = 75 km/h al norte b) V = -45 km/h al sur
- 10) d = 166.6 m al oeste
- 11) a) 2 m/seg b) 4 m/seg
- 12) V = 12.96 km/h
- 13) a = 2.77 m/seg² al sur
- 14) a = 1.33 m/seg² d = 11.98 m al sur
- 15) a = 0.77 m/seg² al sur d = 124.74 m al sur
- 16) d = 192 m V_f = 28 m/seg
- 17) a = -0.359 m/seg² t = 85.1 seg d = 205.05 m al norte
- 18) h = 122.5 m d = 50 m
- 19) t = 1.842 seg dy máxima = 4.157 m alcance = 22.06 m

Respuestas de autoevaluación (Unidad 2)

1. La ecuación que describe este movimiento es $h = 1.5 \cos(\omega t) + 1.5$. Se requiere sumar un 1.5 a la ecuación, para que la altura efectivamente esté midiéndose desde la posición más baja del péndulo.

- a) La frecuencia es de 0.5 Hz.
 b) La amplitud vale 1.5 cm

c) Su gráfica es la que se muestra en la figura:



- 2 a) 88 días. b) 0.4 UA, o 60 millones de kilómetros. c) $= 0 - \frac{4}{88} \left(\frac{2}{\dots} \right)$

3.

$$\begin{aligned}
 t_0 &= 0 \quad \left(\dots \right) \\
 &= 1350 \quad / \\
 &= 3.5 \text{ min} = 210 \\
 &= \dot{?}
 \end{aligned}
 \qquad
 = \qquad
 \begin{aligned}
 &= 0 \quad \frac{\dots}{210} = 6.43 \quad \frac{\dots}{2}
 \end{aligned}$$

Respuestas de autoevaluación (Unidad 3)

I- 1) $0.13 / 2$ 2) 16.64 3. Por teorema de trabajo y energía, perderá 16.64

II. La fuerza deberá tener una magnitud de aproximadamente 8.71 N y una dirección de $= 771.41^\circ$

III. 1) $6.867 \cdot 10^{10}$

2) $6.77 \cdot 10^{10}$

3) $2.26 \cdot 10^8$

4) $645.71 / 2$

Esta aceleración es muy superior a la que podría soportar un ser humano.

Soluciones de actividades

Unidad 1

Actividad 1

Actividad 1

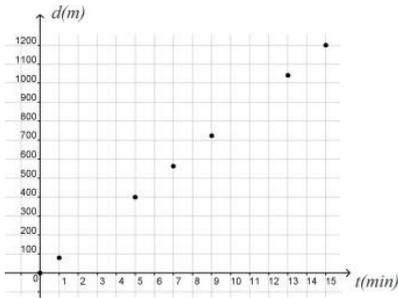
1. 80 m/min
4. 80 m/min

2. 80 m/min
5. Constante

3. 80 m/min

Actividad 2

I.



II.

La gráfica anterior se acerca a una recta, de manera que si se trata

Actividad 3

I. Su ordenada al origen vale 560 (que es la distancia que separaba a Citlalli de Pablo cuando comienza su movimiento de regreso, es decir, cuando $t = 0$)

II. $d = -30t + 560$

III. La distancia que los separa debe de ser cero. Esto en la ecuación significa

$$0 = -30t + 560 \quad \text{y al despejar } t, \text{ se tiene } t = \frac{-560}{-30} = 18.67 \quad \text{. Igual que en la}$$

gráfica.

IV. A una distancia de 100 metros sería:

$$100 = -30t + 560 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{100 - 560}{-30} = 15.33 \text{ minutos}$$

V. Sustituyendo el tiempo a 11 minutos: $d = -30(11) + 560 = 230$

Actividad 4

I. Debido a que los objetos móviles recorrían distancias iguales en tiempos iguales, y la pendiente era constante, las gráficas eran rectas. En este caso, la pendiente no es constante (la gráfica se hace cada vez más "inclinada", más vertical), lo cual es señal de que no se están recorriendo distancias iguales en tiempos iguales.

II. Debería recorrer distancias iguales en tiempos iguales; en otras palabras, su velocidad debería ser constante.

III. La gran diferencia es que, en los movimientos estudiados anteriormente, la velocidad era constante, y ahora no lo es.

Actividad 5

I. Debes aumentar la velocidad inicial tanto como sea posible y ajustar el ángulo a 45° .

II. Debes aumentar tanto el ángulo de salida como la velocidad inicial tanto como sea posible.

III. 45°

Actividad 6

En el apéndice de la Unidad 1, páginas 227 y 228, actividad 41 encontrarás las respuestas y demostraciones de resultados de estas preguntas.

Actividad 7

I. El ángulo entre canastilla y canastilla es de 18° . ($\frac{360^\circ}{20} = 18^\circ$ ó)

II. Como 180° equivalen a π rad, se pueden emplear las técnicas de conversión de unidades. Convirtiendo unidades, y se tendrá: $18^\circ \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{18}{180} \pi = \frac{\pi}{10}$

III. a) Considerando que la circunferencia mide $2 \pi (10) = 62.83$ correspondientes a 360° , entonces a 180° le corresponden 31.41 metros.

b) 18° representan una fracción de $\frac{18}{360} = \frac{1}{20}$, es decir, recordando que la longitud de la circunferencia es de 62.83 metros, $62.83 \frac{1}{20} = 3.14$ Despejando $s = (62.83) \frac{1}{20} = \frac{62.83}{20} = 3.14$

IV. Tomando en cuenta que el área cubierta por la circunferencia entera equivale a $(10)^2 \pi = 314.16 \text{ m}^2$ el sector considerado en la figura corresponde a un ángulo de 18° , es decir, representa una fracción de $\frac{1}{20}$, entonces su área también será de $\frac{1}{20}$ del área total $\frac{314.16}{20} = 15.71$, despejando $s = 314.16 \left(\frac{1}{20}\right) = \frac{314.16}{20} = 15.71 \text{ m}^2$

Actividad 8

I. Longitud del arco $s = r\theta$, $v = \frac{s}{t}$, $v =$ velocidad lineal y θ es la longitud del arco desde la cual la canastilla inicia su recorrido. Si el movimiento inicia en 30° entonces θ_0 será la circunferencia completa como 30° son a 360° . $\frac{\theta_0}{62.83} = \frac{30^\circ}{360^\circ}$, (62.83 circunferencia de la rueda) $\theta_0 = 62.83 \left(\frac{30^\circ}{360^\circ}\right) = 5.23$

La velocidad lineal se calculó en 2.09 m/s . Entonces, la longitud de arco que esa canastilla alcanza después de un minuto (60 segundos) es $s = vt = 2.09(60) = 125.4 \text{ m}$

El ángulo se calcula con la expresión $\theta = \omega t + \theta_0$, El ángulo inicial es de 30° , la velocidad angular es la misma de la sección anterior, $\frac{2\pi}{15} \text{ rad/s}$ (que equivale a $12^\circ/\text{s}$) de modo que el ángulo que alcanza la canastilla después de un minuto es: $\theta = 12(60) + 30 = 750^\circ$

II. Empleando los mismos argumentos, pero para un ángulo inicial de -20° (que significa que el ángulo se mide en el sentido de las manecillas del reloj), se tiene una longitud de arco inicial de: $\theta_0 = 62.83 \left(\frac{-20^\circ}{360^\circ}\right) = -3.49$, de modo que la longitud del arco a la que se llega después de un minuto es: $s = -2.09(60) - 3.49 = -125.94 \text{ m}$

El ángulo es: $\theta = 12(60) - 20 = 700^\circ$

III. Se emplea la ecuación $s = vt + \theta_0$, y se tiene $40 = 2.09t - 5.23$. Despejando t:

$$t = \frac{40 + 5.23}{2.09} = 20.83$$

IV. La fórmula a utilizar es: $s = r\theta$, con ángulo igual a -270° , $270 = 12t - 20$
 $t = \frac{270 + 20}{12} = 24.17$

V. Suponiendo que el radio de la Tierra es de 6378000 m , la persona recorre en un día (86400 segundos) la circunferencia completa: $2\pi(6378000) = 40074155.89 \text{ m}$. Su velocidad lineal es:

$$v = \frac{40074155.89}{86400} = 463.82 \text{ m/s}$$

Tiempo en el que recorre un arco de 100 km (100,000), $\frac{100000}{463.82} = 215.60$ s

VI. Se obtiene primero la velocidad angular $= \frac{360^\circ}{86400} = 0.0042^\circ /$

El ángulo cubierto en 215.60 segundos, se calcula escribiendo $\frac{0.0042}{215.60} = 0.0042$
 $= 215.60(0.0042) = 0.90^\circ$

VII. Puesto que son 8 rayos, cada uno está separado por 45° , la longitud del arco resulta de

$$\frac{184.49}{360^\circ} = \frac{45^\circ}{360^\circ} = 188.49 \left(\frac{45}{360}\right) = 23.56$$

La circunferencia de la rueda resulta de: $2 \pi (30) = 188.49$

De manera que entre rayo y rayo hay una longitud de arco de 23.56 cm, en la parte más exterior de la rueda (que es hacia donde conviene disparar para tener una mejor oportunidad de que la flecha alcance a pasar). Necesitas que los 24 cm de la flecha pasen antes de que la parte externa de un rayo recorra esos 23.46 cm. Para determinar el tiempo en que esto último ocurre recurriremos a la definición de la velocidad lineal:

Si da 2.5 revoluciones por minuto, entonces su velocidad lineal es: $v = r\omega$,

$$= \frac{2.5(188.49)}{60} = 7.85 \text{ / } \text{obteniendo lo siguiente: } 7.85 = \frac{23.46}{t}, \quad t = \frac{23.46}{7.85} = 2.99 \text{ s}$$

Eso significa que la flecha debe atravesar sus 24 cm en menos de esos 2.99 segundos. En otras palabras, debe moverse a una velocidad mínima de $v = \frac{24}{2.99} = 8.03 \text{ / }$

VIII. La flecha debe apuntarse lo más cerca posible de la parte exterior de la rueda (pues ahí los rayos están más separados).

Actividad 9

I. Gráfica 1. Amplitud = 2, campo de valores = [-2, 2], periodo = 2

Gráfica 2. Amplitud = 3, campo de valores = [-3, 3]. Período =

Actividad 10

I. Su periodo será de 30 unidades.

Actividad 11

En las páginas 238 y 239, actividad 18 de la sección de Apéndice 1, encontrarás las respuestas correctas.

Actividad 12

I. El periodo será 6.

II. 12 cm

IV. Hay un corrimiento de fase igual a $\phi = -\frac{(\pi)}{3} = 3$

IV. Si el periodo fuera de 9 segundos: $9 = \frac{2}{\omega}$

Despejando: $\omega = \frac{2}{9}$

Corrimiento de fase de 2 segundos: $2 = -\frac{\phi_0}{\omega}$

Al despejar ϕ_0 es: $\phi_0 = -\frac{4}{9} = 35 \left(\frac{2}{9} - \frac{4}{9} \right)$

V. La amplitud es de 1. El periodo es $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ y el corrimiento de fase es $-\frac{3}{4}$

Actividad 13

I. Rapidez de Balam: $= \frac{2(4)}{15} = 1.67$ / Rapidez de Ana: $= \frac{2(2.6)}{15} = 1.09$ /

II. Las rapidezces lineales dependen del radio de la trayectoria. A mayor radio, mayor velocidad.

III. Las rapidezces angulares son exactamente las mismas, pues recorren el mismo ángulo en el mismo tiempo. El valor es $= \frac{2}{15} = 0.42$ / . Las rapidezces lineales son diferentes.

IV. Lo mejor que puede hacer es moverse rápidamente hacia el centro de la hélice, donde la rapidez lineal es menor.

V. A un mayor radio de rotación, corresponderá una mayor rapidez lineal.

VI. Lo mejor es que la estrella central (la que está conectada directamente a los pedales) tenga un radio sensiblemente mayor al de la estrella trasera; como están conectadas por la cadena, al girar ambas tendrán la misma velocidad angular, pero la mayor velocidad lineal de la estrella central se traducirá en una mayor rapidez para la bicicleta.

Actividad 14

- I. Columpio, péndulo de Foucault, reloj, piernas, bola de demolición, trampolín voladizo.
- II. Cuando se suelta, la fuerza restauradora que actúa sobre la masa del péndulo hace que oscile. El tiempo para un ciclo completo, un giro a la izquierda y un giro a la derecha, se llama período. La amplitud depende del ancho de oscilación del péndulo.

Actividad 15

- I. 5 horas 30 minutos con 51 segundos.
- II. La transmisión debe efectuarse antes de que el satélite pase directamente sobre la base terrestre. De lo contrario, como la señal no llega de forma inmediata hasta él, para cuando llegue a la altura a la cual se encuentra la órbita del satélite, éste ya se habrá movido.
- III. Aproximadamente 0.033 segundos antes. La señal se moverá a la velocidad de la luz, 300000 km/s aproximadamente, y ese es el tiempo que le tomará cubrir los 10 000 km desde tierra hasta la órbita del satélite
- IV. Tomando en cuenta el corrimiento de fase del movimiento, y que el tiempo se está midiendo en minutos, la ecuación tendrá la forma $h = 16370$

Unidad 3

Actividad 16

- I. Se mantiene la postura inicial
- II. No hay fuerzas que provoquen el movimiento.
- III. Se requiere una fuerza para provocar el movimiento, el cambio de posición.
- IV. Un auto estacionado, un ascensor en movimiento, una pelota rebotando, un avión en vuelo, una persona de pie.

Actividad 17

- I. Las sondas continuarán su movimiento rectilíneo uniforme de manera indefinida, alejándose hacia el espacio interestelar para el resto de los tiempos.
- II. No. Mientras nada se oponga a su movimiento, las sondas mantendrán su velocidad sin cambios.

Actividad 18

- I. La aceleración que le impartirás al objeto será menor
- II. Para una misma fuerza, a mayor masa, menor aceleración.
- III. Si. Para una misma masa, a mayor fuerza, corresponde una mayor aceleración.

Actividad 19

I. Masa es la cantidad de materia que tiene un cuerpo; inercia es la tendencia de ese cuerpo a mantenerse en reposo, si está en reposo, o en movimiento rectilíneo uniforme, si se encuentra moviéndose de esa manera. Por supuesto, a mayor masa mayor inercia, y viceversa.

II. La masa es una medida de la cantidad de materia que tiene un cuerpo (y también de su inercia, como acabamos de discutir). El peso es una fuerza, la fuerza con la que la gravedad de un planeta atrae hacia su centro los objetos que se encuentran en su superficie.

($W = mg$). Ciertamente, a mayor masa mayor peso (bajo la misma aceleración gravitacional), pero masa y peso no son lo mismo.

III. La masa es siempre la misma, en todos los casos.

IV. La masa es una cantidad más fundamental que el peso puesto que no cambia.

Actividad 20

I. Recibirás un impulso que te hará moverte —acelerar— alejándote de la pared. La fuerza que ejerciste sobre la pared resultó en otra fuerza, que te impulsa a ti y a la patineta en dirección opuesta.

II. Si las pelotas son lo suficientemente masivas y/o las arrojas con la suficiente fuerza, la patineta se moverá en la dirección opuesta. La fuerza que ejerces sobre las pelotas al arrojarlas se traduce en una nueva fuerza, que te impulsa a ti y a la patineta en la dirección opuesta.

III. Proporcionarás una aceleración a tu amigo, quien rodará alejándose de ti; pero al mismo tiempo y sin que puedas evitarlo, recibirás una fuerza en sentido contrario que te impulsará a ti y te hará rodar también alejándote de tu amigo.

Actividad 21

(Ejemplo de algunos materiales, puedes incluir otros)

Sobre asfalto seco, un neumático tiene un coeficiente de rozamiento transversal entre 0.8 y 1, mientras que el cobre sobre el acero es de 0.33 y de acero con hielo de 0.09

Actividad 22

I. La fuerza de acción que Adrián ejerce sobre el remolque genera una fuerza de reacción en sentido opuesto, que el remolque ejerce sobre Adrián. Al caminar, los pies de Adrián ejercen una fuerza hacia atrás sobre el suelo, la cual da lugar a una fuerza hacia adelante que el suelo ejerce sobre los pies del niño. Esta fuerza proporciona la tracción que lo hace avanzar al dar cada paso. A su vez la Tierra actúa sobre ambos.

II. Al intentar caminar sobre el lago, la fricción —responsable de la fuerza hacia atrás que Adrián ejerce sobre el suelo— prácticamente desaparece, con lo que también desaparece la reacción a ella: la fuerza hacia adelante que el suelo ejerce sobre Adrián y que proporcionaba la tracción que le permitía avanzar. Como resultado, el niño tendrá bastantes problemas para seguir moviéndose.

III. La fuerza que tú ejerces sobre la Tierra: así como la Tierra te atrae a ti, tú también atraes a la Tierra.

IV. Manuel no está tomando en cuenta que las dos fuerzas de las que habla actúan sobre objetos diferentes, por lo que no es verdad que se cancelen, y no tiene razón cuando dice que nunca podrá hacer que el remolque se mueva. La fuerza que él ejerce sobre el

remolque será suficiente para moverlo; la fuerza de reacción no actúa sobre el remolque, sino sobre Manuel, y él la vencerá gracias a la tracción de sus piernas sobre el suelo.

Actividad 23

Aceleración del aro: $= \frac{3.46}{1.5} = 2.31 \text{ / } 2$ en la dirección de T que resulta ser de 21.367°

Actividad 24

I. Las fuerzas que inciden sobre él son su peso y la fricción del aire, así que fuerza neta será. $= 60 (9.81) - 20 = 568.6 \text{ N}$. Aceleración del paracaidista: $= \frac{568.6}{60} = 9.48 \text{ / } 2$ menor a la aceleración del aire.

II. La fuerza neta que actuará sobre el arado tendrá una magnitud (como podrás comprobar si realizas la suma de vectores correspondiente) de 6.40 N. Su dirección será de aproximadamente 38.66° . De esta manera, el arado experimentará una aceleración que de acuerdo con la segunda ley de Newton valdrá $= \frac{6.40}{9} = 0.71 \text{ / } 2$ y 38.66° .

III. Sólo la componente horizontal de la fuerza de Manuel acelera el carrito. Esta componente vale $= 13 \cos 30^\circ = 11.26$. Aceleración: $= \frac{11.26}{6} = 1.88 \text{ / } 2$

Actividad 25

I. Si no hay desplazamiento no se considera que haya trabajo.

II. Los resultados dependerán de las medidas que tomes. Para subir las escaleras, ejerces una fuerza hacia arriba con tus piernas, fuerza que va elevando tu cuerpo y que debe ser igual a tu peso (no confundir con tu masa). El desplazamiento que ocurre en la misma dirección que la fuerza aplicada. El trabajo que realizas será igual al producto de la distancia que subiste, por tu peso. $=$

III. Como el trabajo realizado se calcula con $=$ y se requiere una fuerza mayor para impulsar el tren lleno que cuando está vacío, el trabajo realizado también será mayor cuando el tren está lleno.

Actividad 26

I. Si el balón *tuviera* una masa de 400 gr, como su velocidad es de 20 m/s, su energía cinética será $= \frac{1}{2}(0.4)(20)^2 = 80$

II. Al convertir los 10 km/h a m/s, se obtiene que equivalen aproximadamente a 2.78 m/s. El automóvil tendrá entonces una energía cinética de $= \frac{1}{2}(1000)(2.78)^2 = 3.864.2$ 140 km/h equivalen a unos 38.89 m/s, por lo que el balón tendrá una energía cinética de $= (0.400)(38.89)^2 = 302.49$

IV. La masa de la Tierra es de aproximadamente $5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$. El radio de su órbita es de 150 000 000 km, así que si suponemos que se trata de una órbita circular, su longitud es de aproximadamente $2 \pi (150\,000\,000) = 9.42 \cdot 10^{11}$. Como tarda un año (31 536 000) en recorrerla, su velocidad lineal es aproximadamente $= \frac{9.42 \cdot 10^{11}}{31\,536\,000} = 29\,870.62 \text{ /}$

IV. La energía cinética original es $= \frac{1}{2} v^2$, cuando la velocidad aumenta al doble, la energía cinética pasa a ser: $= \frac{1}{2} (2v)^2 = \frac{1}{2} 4v^2 = 4(\frac{1}{2} v^2)$, es decir, cuando la velocidad aumenta al doble, la energía cinética lo hace al cuádruple.

V. 1. Levantar el bloque verticalmente implica ejercer sobre él una fuerza hacia arriba mayor a su peso p, que es de $=$, $= 100 (9.81 \text{ / } 2) = 981$

2. Para empujarlo por una rampa, la fuerza necesaria es sólo la componente de su peso en la dirección de la rampa. Si W es el peso del bloque, esta componente vale

$$W \sin 30^\circ = 100(9.81) \sin 30^\circ = 490.5 \text{ N}$$

3. En el primer caso, Mario ejercerá su fuerza a lo largo de 1 metro (la altura a la que debe levantar el bloque). El trabajo será simplemente $T = 981(1) = 981 \text{ J}$

En el segundo caso, la fuerza será menor (será sólo la componente paralela a la rampa) pero se ejercerá a lo largo de una distancia más larga $\frac{1}{\sin 30^\circ} = 2$

El trabajo será $T = 490.5(2) = 981 \text{ J}$. El trabajo es el mismo, pero con la rampa, la fuerza es menor.

4. La energía potencial del bloque sólo depende de la altura a la que se encuentre (desde un nivel de referencia que aquí será el suelo). Valdrá $U = 100(9.81) (1) = 981 \text{ J}$.

VI. 1. La energía potencial del elevador en el segundo piso sería de $U = 799(9.81) (6) = 41\,202 \text{ J}$, lo cual representa una disminución de $61\,803 \text{ J}$ respecto a su energía potencial en el quinto piso.

2. La energía potencial del elevador en el segundo piso sería de $U = 799(9.81) (6) = 41\,202 \text{ J}$, lo cual representa una disminución de $61\,803 \text{ J}$ respecto a su energía potencial en el quinto piso.

3. La energía potencial del elevador en el séptimo piso es de $U = 700 (9.81) (21) = 144\,207 \text{ J}$. Eso representa un aumento de $103\,005 \text{ J}$ respecto a la que tenía en el segundo piso.

4. Llegar ahí desde el séptimo piso representa una disminución en la E_p de $144\,207 \text{ J}$

Actividad 27

I. La energía cinética del auto es de $= \frac{1}{2} (800)(27.78)^2 = 308691.36$

II. Cuando el auto se haya detenido, su velocidad (y su energía cinética) será igual a cero. Eso quiere decir que su energía cinética disminuirá en $308\,691.36 \text{ J}$. Gracias al teorema trabajo-energía, sabemos que el trabajo realizado por la fricción será igual a $308\,691.36 \text{ J}$.

III. El teorema trabajo-energía establece en este caso que $Fd = 308\,691.36$ donde F es la fuerza que detiene al auto y d es la distancia a lo largo de la cual actúa. La fuerza es la debida a la fricción, $F = \mu N = (0.8)(800)(9.81) = 6278.4$ Sustituimos en la expresión anterior y

despejamos d para obtener $d = \frac{308\,691.36}{6\,278.4} = 49.17$

IV. Si $\mu = 0.8$, $\mu = \frac{6278.4}{800} = 7.85 / 2$

V. Que las llantas se calienten significa que no toda la energía se emplea en detener al auto, así que el calentamiento tiene el efecto de alargar la distancia real que le toma detenerse.

VI. El trabajo realizado por Miguel es $W_M = 20(6) = 120 \text{ J}$. $W_C = 20(6) = 120$

El que realiza Canek es $W_C = 10(12) = 120 \text{ J}$. $W_M = 10(12) = 120$. Entonces ambos realizan la misma cantidad de trabajo sobre sus cajas.

Actividad 28

I. La energía cinética es de $= \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} (50000)(22.22)^2 = 12\,343\,210$, $= =$
 trabajo realizado por la fricción, $=$ trabajo realizado por el peso:
 $= (= 50\,000)(9.81) \cos 10^\circ (0.3)() = () = 50\,000 (9.81) \sin 10^\circ ()$

Sustituyendo valores en $= =$, tendremos:

$$50\,000 (9.81) \cos 10^\circ (0.3)() + 50\,000 (9.81) \sin 10^\circ () = 12\,343\,210$$

Se factoriza la distancia: $[50\,000 (9.81) \cos 10^\circ (0.3) + 50\,000 (9.81) \sin 10^\circ] = 12\,343\,210$

Ahora se despeja d, $= \frac{12\,343\,210}{50\,000 (9.81) \cos 10^\circ (0.3) + 50\,000 (9.81) \sin 10^\circ} = 53.64$

II. Sin pendiente: $=$

$$50\,000(9.81)(0.3)() = 12\,342\,210 , \text{ despejando d, } = \frac{12\,343\,210}{50\,000 (9.81)(0.3)} = 83.88$$



Nos complace anunciarte que has llegado al final de tu módulo, ¿crees estar preparado para el siguiente reto?

Pon a prueba tus conocimientos, compara las respuestas de tus actividades con las soluciones que ofrece la última sección de esta guía. Si tu resultado no es aprobatorio, ¡no te preocupes!, puedes regresar a los recursos del libro para reforzar los contenidos que necesites volver a retomar y así acreditar el examen oficial.

Felicidades por llegar hasta aquí, siendo un aprendizaje independiente el éxito es tuyo.

